

# Turinys

## Pratarmė

<b>1</b>	<b>ĮVADAS</b>	<b>1</b>
1.1	Istorinė apžvalga . . . . .	2
1.2	Dinaminių sistemų klasifikavimas . . . . .	7
	Neautonominės sistemos . . . . .	12
	Kodėl netiesiniai uždaviniai sudėtingi? . . . . .	14
	„Dinaminis“ požiūris į mokslą . . . . .	15
<b>1</b>	<b>PIRMOSIOS EILĖS SISTEMOS</b>	<b>19</b>
<b>2</b>	<b>VIENMATĖ FAZINĖ ERDVĖ</b>	<b>21</b>
2.1	Grafinis lygčių tyrimo metodas . . . . .	21
2.2	Rimties taškai ir stabilumas . . . . .	25
2.3	Populiacijų gausėjimas . . . . .	30
2.4	Tiesinė stabilumo analizė . . . . .	32
2.5	Sprendinio vienatis . . . . .	35
2.6	Virpesių nebuvimas . . . . .	37
	Mechaninis analogas — svyruoklė klampiajame skystyje . . . . .	38
2.7	Potencialai . . . . .	38
2.8	Lygčių sprendimas kompiuteriu . . . . .	41
	Oilerio ir aukštesnės eilės metodai . . . . .	41
2.9	Uždaviniai . . . . .	45
<b>3</b>	<b>BIFURKACIJOS</b>	<b>49</b>
3.1	Balno ir mazgo bifurkacija . . . . .	50
	Normaliniai pavidalai . . . . .	54
3.2	Transkizinė bifurkacija . . . . .	57

3.3	Sociologiniai modeliai . . . . .	60
	Politinių partijų formavimosi modelis . . . . .	60
	Epidemių modelis . . . . .	62
3.4	Pitčforko bifurkacija . . . . .	63
	Superkrizinė pitčforko bifurkacija . . . . .	64
	Subkrizinė pitčforko bifurkacija . . . . .	66
3.5	Karoliukas ant besisukančio žiedo . . . . .	69
	Pirmosios eilės sistemos analizė . . . . .	71
	Bedimensiniai kintamieji ir charakteringieji masteliai . . . . .	73
	Paradoksas . . . . .	75
	Fazinės plokštumos tyrimas . . . . .	75
	Singularioji riba . . . . .	78
3.6	Neidealosios bifurkacijos ir katastrofos . . . . .	78
	Šuns erzinimas ir gąsdinimas . . . . .	81
3.7	Karoliukas ant pasvirusios vielos . . . . .	83
3.8	Uždaviniai . . . . .	89
<b>4</b>	<b>FAZINIS APSKRITIMAS</b>	<b>93</b>
4.1	Pavyzdžiai ir apibrėžimai . . . . .	94
4.2	Tolygusis osciliatorius . . . . .	95
4.3	Netolygusis osciliatorius . . . . .	99
	Vektoriniai laukai . . . . .	100
	Osciliacijų periodas . . . . .	102
	Išnykusių rimties taškų „dvasios“ . . . . .	103
4.4	Svyruoklė didelės trinties riboje . . . . .	105
	Analogija su superlaidžia Džozefsono sandūra . . . . .	109
4.5	Susietųjų osciliatorių fazių sukibimas . . . . .	112
	Sinchroninis jonvabalių blyksėjimas . . . . .	116
4.6	Uždaviniai . . . . .	117
<b>II</b>	<b>ANTROSIOS EILĖS SISTEMOS</b>	<b>121</b>
<b>5</b>	<b>TIESINĖS SISTEMOS</b>	<b>123</b>
5.1	Apibrėžimai ir pavyzdžiai . . . . .	123
	Stabilumo apibrėžimai . . . . .	130
5.2	Tiesinių sistemų klasifikavimas . . . . .	131
	Rimties taškų klasifikacinė diagrama . . . . .	141
5.3	Meilės modeliai . . . . .	143
5.4	Uždaviniai . . . . .	146

<b>6</b>	<b>FAZINĖ PLOKŠTUMA</b>	<b>151</b>
6.1	Fazinis portretas . . . . .	151
	Skaitinė fazinio portreto analizė . . . . .	153
6.2	Sprendinio vienatis . . . . .	155
6.3	Rimties taškai ir lygčių linearizavimas . . . . .	156
	Linearizuotoji sistema . . . . .	156
	Mažų netiesinių narių įtaka . . . . .	157
	Hiperboliniai rimties taškai ir struktūrinis stabilumas . . . . .	161
6.4	Konkurencijos modelis . . . . .	162
6.5	Konservatyviosios sistemos . . . . .	165
6.6	Matematinė svyruoklė . . . . .	171
	Cilindrinė fazinė plokštuma . . . . .	174
	Trinties įtaka . . . . .	174
6.7	Puankarė indeksai . . . . .	175
	Uždarojo kontūro Puankarė indeksas . . . . .	175
	Puankarė indeksų savybės . . . . .	179
	Rimties taškų Puankarė indeksai . . . . .	180
6.8	Uždaviniai . . . . .	183
<b>7</b>	<b>RIBINIAI CIKLAI</b>	<b>189</b>
7.1	Pavyzdžiai . . . . .	191
	Paprastas ribinis ciklas polinėse koordinatėse . . . . .	191
	Van der Polio generatorius . . . . .	192
7.2	Uždarytų orbitų nebuvimo kriterijai . . . . .	195
	Gradientinės sistemos . . . . .	195
	Liapunovo funkcijos . . . . .	196
7.3	Puankarė ir Bendiksono teorema . . . . .	197
	Chaoso nebuvimas antrosios eilės sistemose . . . . .	200
7.4	Relaksaciniai virpesiai . . . . .	200
7.5	Kvaziharmoniniai virpesiai . . . . .	206
	Reguliarioji trikdžių teorija . . . . .	207
	Dviejų laikų metodas . . . . .	210
	Suvidurkintosios lygtys . . . . .	215
	Kompleksinė amplitudė ir harmonikų balansas . . . . .	219
	Amplitudės ir dažnio stacionariosios vertės . . . . .	221
7.6	Neautonominės sistemos . . . . .	223
	Priverstiniai netiesinės svyruoklės virpesiai . . . . .	223
	Parametrinis svyruoklės žadinimas . . . . .	227
	Neautonominis van der Polio generatorius . . . . .	229
7.7	Uždaviniai . . . . .	235

<b>8 BIFURKACIJOS ANTROSIOS EILĖS SISTEMOSE</b>	<b>241</b>
8.1 Rimties taškų sąlyčio bifurkacijos . . . . .	241
Balno ir mazgo bifurkacija . . . . .	242
Transkizinė ir pitėforko bifurkacijos . . . . .	247
8.2 Hopfo bifurkacijos . . . . .	250
Superkizinė Hopfo bifurkacija . . . . .	251
Subkizinė Hopfo bifurkacija . . . . .	254
Superkizinė, subkizinė ar išsigimusi bifurkacija? . . . . .	256
8.3 Osciliuojančios cheminės reakcijos . . . . .	261
Bruuseliatorius . . . . .	262
8.4 Globalinės ribinių ciklų bifurkacijos . . . . .	264
Balno ir mazgo ribinių ciklų bifurkacija . . . . .	264
Begalinio periodo bifurkacija . . . . .	265
Homoklininė bifurkacija . . . . .	266
Bifurkacijų atpažinimas . . . . .	267
8.5 Svyruoklės sukimas nuolatinio jėgos momentu . . . . .	269
Svyruoklės lygtis ir rimties taškai . . . . .	269
Periodinė orbita . . . . .	270
Homoklininė bifurkacija . . . . .	273
Histerezė . . . . .	275
8.6 Susietieji osciliatoriai, kvaziperiodiškumas ir sinchronizacija	276
Nepriklausomi osciliatoriai ir kvaziperiodiškumas . . . . .	278
Susietųjų osciliatorių sinchronizacija . . . . .	281
8.7 Puankarė atvaizdai . . . . .	284
Tiesinis periodinių orbitų stabilumas . . . . .	287
Kvaziharmoninių sistemų Puankarė atvaizdai . . . . .	289
8.8 Uždaviniai . . . . .	293
<b>Literatūra</b>	<b>299</b>
<b>Rodyklė</b>	<b>301</b>