

Nijolė Bulovienė, Arvydas Jonas Iržikevičius

**BRAIŽOMOSIOS GEOMETRIJOS  
PRATYBŲ SAŠIUVINIS**

*Bendrosios ir individualiosios užduotys*

*Metodinė priemonė*

Vilnius, 1998

UDK 514.18(075.3)  
Bu236

## Pratarmė

“Braižomosios geometrijos pratybų sąsiuvinis” yra 1988 m. išleisto “Braižomosios geometrijos uždavinyno” ( autoriai N. Bulovienė, A. Iržikevičius, A. Martišius) papildytas ir pertvarkytas leidinys. Jame pertvarkyti dauguma uždavinių, pakeistos individualiųjų užduočių koordinatės, pateikti teorinio kurso kartojimo klausimai, kurie įgalins studentus atlikti savi-kontrolę.

Šis leidinys skirtas Vilniaus pedagoginio universiteto technologijos bei technologijos ir dailės specialybių studentams dirbti auditorijose ir savarankiškai. Jis parašytas pagal patvirtintą Techninių disciplinų katedros braižomosios geometrijos dėstymo programą (32 val. teorinio kurso, 32 val. pratybų). Pirmieji 5 pratimai skirti darbui kiekvieną savaitę, o nuo 6 iki 9 pratimo - vienas pratimas 2 savaitėms.

---



## Metodiniai nurodymai

Šis pratybų sąsiuvinis skirtas studentų braižomosios geometrijos teorinių žinių įtvirtinimui ir jų praktiniam pritaikymui. Jame visi uždaviniai išdėstyti pagal temas, atitinkančias braižomosios geometrijos teorinio kurso dėstymą. Jie sugrupuoti į 9 pratimus. Pratimuose yra pozicinių uždavinių, skirtų visai studentų grupei, ir sąlygos, kurios sprendžiamos pagal dėstytojų paskirtas individualiąsias metrices užduotis. Bendrieji uždaviniai sprendžiami pieštuku šiame uždavinyne, o individualiosios užduotys - standartinio formato braižybiniame popieriuje.

Prieš pradėdamas spręsti kiekvieno pratimo uždavinius, rekomenduojama pasikartoti teoriją, naudojantis nurodyta literatūra ir konspektais. Kiekviename uždavinyje duotų figūrų padėtys išsivaizduojamos erdvėje, susidaromas erdvinis sprendimo planas, po to jis atliekamas grafiškai.

Uždaviniai turi būti sprendžiami pieštuku, naudojantis braižybos įrankiais, laikantis grafinių darbų atlikimo technikos. Projektijų ašys, ryšio linijos brėžiamos plona linija, figūrų projekcijos - pagrindine linija, atsakymai paryškunami.

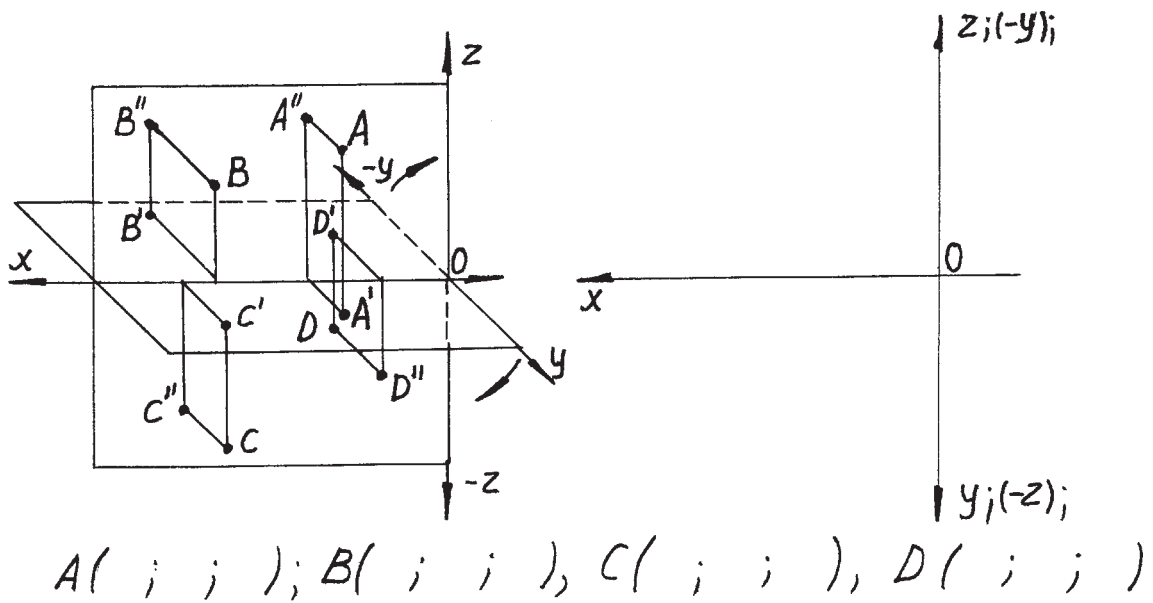
Išspręsti pratimo bendrieji ir individualieji uždaviniai ginami auditorijoje, atsakant į dėstytojo pateiktus teorinius klausimus ir išsprendžiant papildomą uždavinį. Apgynus 6 pratimus, rašomas pirmas kontrolinis darbas, o apgynus 8 pratimus - antras.

Studentai, apgynę visus pratimus ir parašę kontrolinius darbus, turi teisę laikyti egzaminą. Prieš egzaminą uždavinynas ir segtuvas su individualiaisiais uždaviniais atiduodami dėstytojais. Brėžiniuose brėžiamos supaprastintos pagrindinio užrašo lentelės ir užpildomos pagal žemiau parodytą pavyzdį:

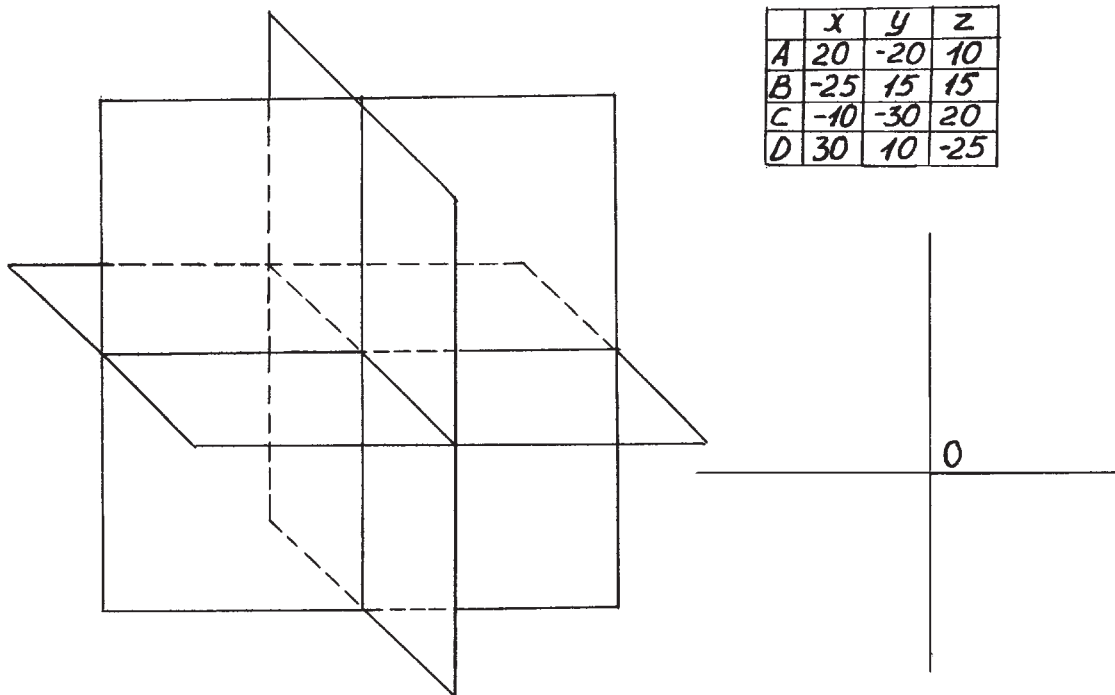
<i>Taško projekcijos</i>			<i>M1:1</i>	<i>1-12</i>	<i>30</i>
<i>Braižė</i>	<i>A. Petraltis</i>	<i>[Signature]</i>	<i>19960910</i>	<i>VPU FTF</i>	
<i>Prigė</i>	<i>N. Buloviene</i>			<i>1k 39.</i>	
<i>35</i>	<i>55</i>	<i>40</i>	<i>25</i>		
<i>180</i>					

# I. Taško projekcijos

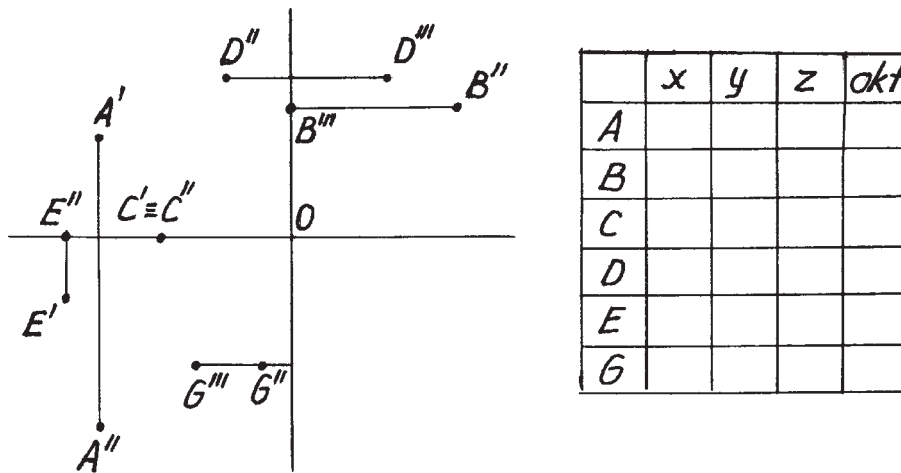
1. Aksonometrinėje projekcijoje duotus taškus perkelti į epiūrą ir parašyti taškų koordinates.



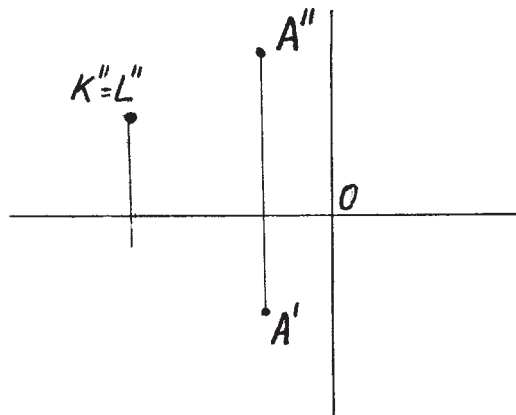
2. Pagal duotas koordinates sužymėti taškus aksonometrijoje ir epiūroje, nustatyti erdvės oktantus, kuriuose jie yra.



3. Rasti trūkstamas taškų projekcijas, nustatyti jų koordinatas ir padėti erdvėje.



4. Rasti trūkstamą projekciją taško  $K$ , kuris nutolęs nuo plokštumos  $F$  per 20 mm; taško  $L$ , kuris yra plokštumoje  $F$ ; pažymėti tašką  $M$ , simetrišką taškui  $A$  ašies  $Oz$  atžvilgiu.



### Klausimai

1. Ką vadiname taško projekcija?
2. Ką rodo taško frontalinė, horizontali ar profiline projekcijos?
3. Koks ryšys tarp taško projekcijų epiūroje?
4. Kaip nustatyti erdvinio taško padėtį pagal jo projekcijas?
5. Kokia koordinatė turi būti lygi nuliui, jei taškas priklauso projekcijų plokštumai ( $H$ ,  $F$  arba  $P$ )?
6. Kokie taškai vadinami *konkuruojančiais*?

### Literatūra

L1 [16-21].

## Namų darbas

1. Padėti taškus  $A$ ,  $B$ ,  $C$  aksonometrijoje ir epiūroje, nustatyti erdvės oktantus, kuriuose jie yra.

Eil. Nr.	A			B			C		
	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$
1.	10	30	40	45	-25	-10	-50	-10	20
2.	45	40	25	-35	20	0	25	-30	30
3.	20	20	20	-20	0	40	40	-30	-30
4.	30	20	35	40	-30	-45	-25	-10	25
5.	50	30	20	-25	10	40	20	-15	-35
6.	30	20	35	0	-35	15	-25	10	-30
7.	10	30	20	-35	-20	-40	-20	10	0
8.	35	25	15	-5	-10	45	20	-15	-35
9.	25	10	30	40	-40	30	-30	30	-30
10.	0	30	10	-30	35	30	15	-25	-25
11.	30	30	20	-15	-10	0	-35	45	-25
12.	50	20	30	-30	-20	45	30	0	-30
13.	10	30	35	-20	10	-40	35	-25	20
14.	35	25	0	-25	15	-35	20	-30	10
15.	45	10	25	-15	25	-5	-35	-25	30
16.	35	30	10	5	-40	35	-15	-25	-25
17.	35	25	10	-35	10	-30	10	-35	25
18.	15	40	30	40	-20	40	-30	10	-5
19.	10	30	40	-20	10	30	35	-15	-20
20.	20	40	15	-5	-30	10	-35	-15	-25

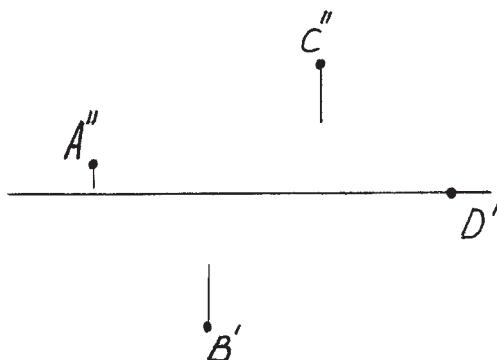
2. Padėti epiūroje tašką  $D$ , simetrišką taškui  $A$  ašies  $Ox$  atžvilgiu ir paslinktą per 5 mm  $Ox$  ašimi.

3. Nubrėžti taško  $K$ , kuris horizontaliai *konkuruoja* su tašku  $C$  ir yra 10 mm aukščiau jo, projekcijas.



## II. Tiesė. Atkarpos tikrasis ilgis

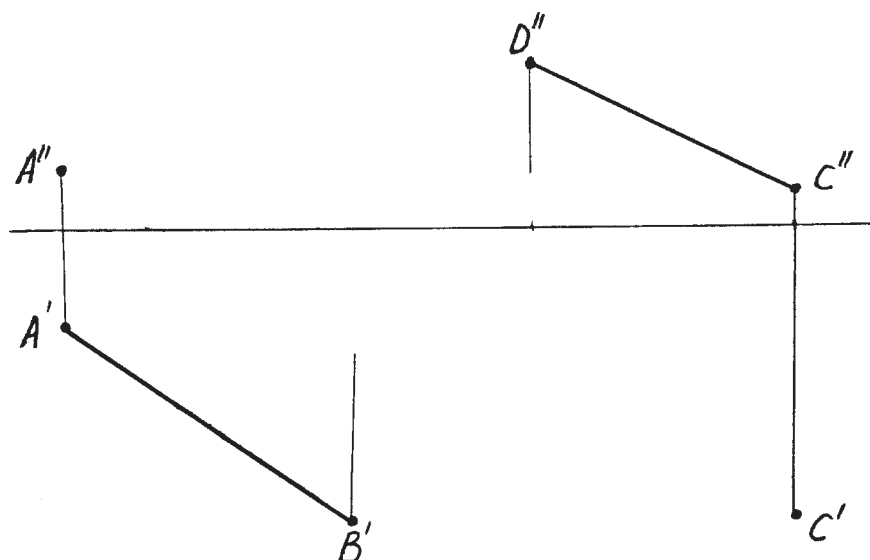
1. Rasti taškų  $A, B, C, D$ , priklausančių vienai tiesei, trūkstamas projekcijas.



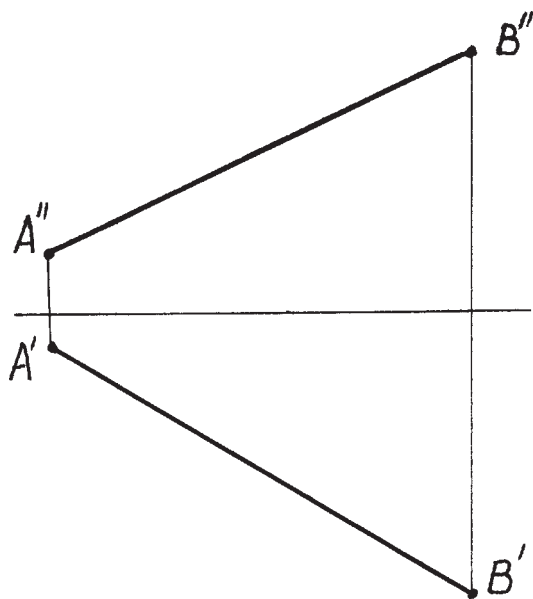
2. Nubrėžti horizontalę, nutolusią 20 mm nuo  $H$  plokštumos, jos T.i. = 35 mm, kampas  $\beta = 30^\circ$ .



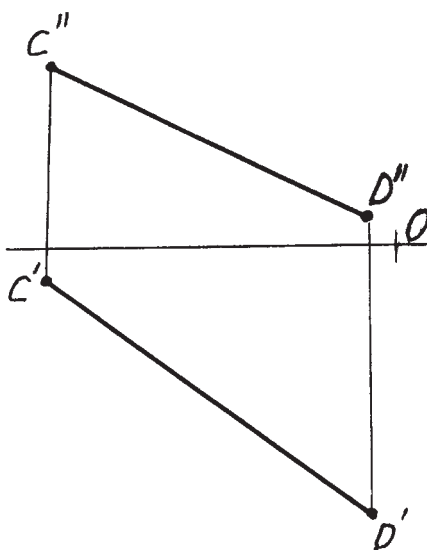
3. Nubrėžti atkarpos  $[AB]$  frontalinę projekciją, kai  $z_B - z_A = y_B - y_A$ , ir horizontalią projekciją atkarpos  $[CD]$ , kai  $y_C - y_D = 2(z_B - z_C)$ .



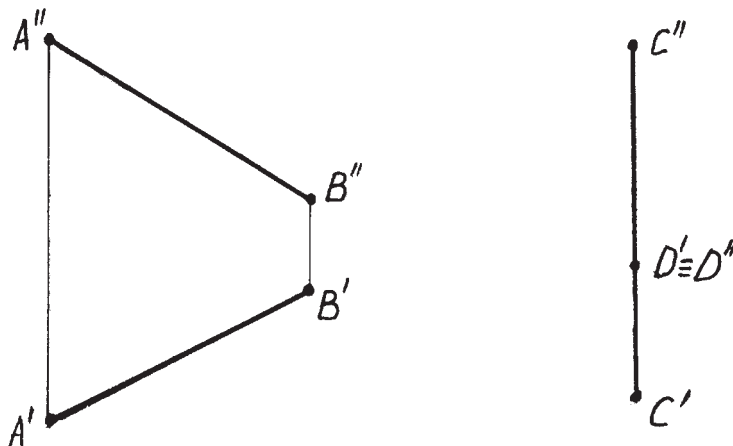
4. Tiesės atkarpą  $[AB]$  padalinti santykiu  $AC:CD:DB=1:3:2$ .



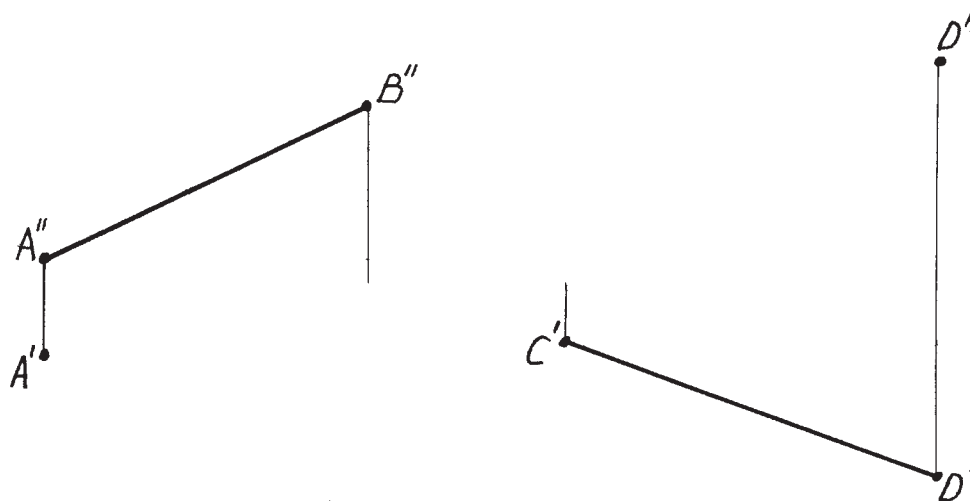
5. Tiesės atkarpoje  $[CD]$  rasti tašką  $A$ , nutolusį 10 mm nuo plokštumos  $F$ , ir tašką  $B$ , vienodai nutolusį nuo plokštumų  $F$  ir  $P$ .



6. Rasti tiesės atkarpų  $[AB]$  ir  $[CD]$  tikruosius ilgius ir kampus su plokštumomis  $H$  ir  $F$ .



- 
7. Rasti besileidžiančios tiesės atkarpos  $[AB]$  horizontalią projekciją, kai jos kampas  $\beta=30^\circ$ , ir atkarpos  $[CD]$  frontalinę projekciją, kai jos tikrasis ilgis 55 mm.



### ***Klausimai***

1. Kokias žinote ypatingų padėčių tieses?
2. Kada taškas priklauso tiesei?
3. Kurios tiesės atkarpos projektuojasi tikroju savo ilgiu?
4. Kaip rasti bendros padėties tiesės atkarpos tikrąjį ilgį?
5. Kaip nustatyti kampus, kuriuos tiesės sudaro su projekcijų plokštumomis?

### ***Literatūra***

L1 [22-29].

---

## Namų darbas

1. Atkarpą  $[AB]$  padalinti į tris dalis, kurios viena kitą atitinka santykiu  $1:2:3$ .

Eil. Nr.	A			B		
	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$
1.	80	5	5	10	40	50
2.	75	10	40	5	40	0
3.	80	0	0	15	40	30
4.	10	45	10	80	10	60
5.	15	0	40	75	30	0
6.	85	30	35	5	10	5
7.	0	5	40	70	30	5
8.	0	0	0	75	40	20
9.	70	30	0	5	5	45
10.	70	10	20	0	50	40
11.	5	35	35	75	40	10
12.	80	20	0	5	35	25
13.	75	30	50	10	10	10
14.	0	25	15	80	10	50
15.	70	50	5	15	15	30
16.	10	30	10	80	20	40
17.	15	0	50	90	30	5
18.	0	30	30	70	5	25
19.	5	30	45	80	5	0
20.	80	5	45	10	40	10

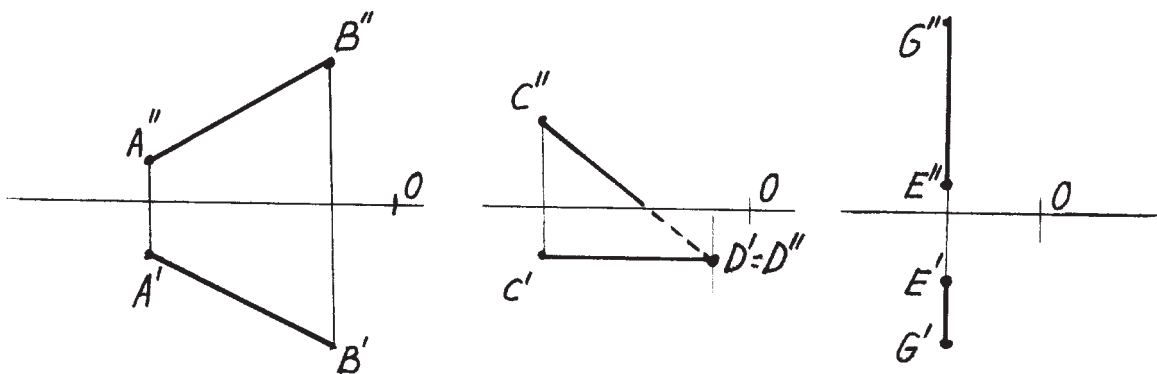
2. Rasti atkarpos  $[AB]$  tikrąjį ilgį ir kampus su plokštumomis  $H$  ir  $F$ . Atidėti atkarpoje tašką  $E$ , nutolusį 25 mm nuo taško  $A$ .

3. Per tašką  $A$  nubrėžti 40 mm ilgio profiline tiesę.

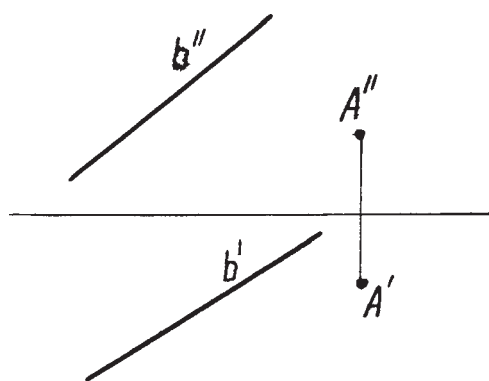
4. Per tašką  $B$  nubrėžti bendros padėties tiesę ( $CB$ ), sudarancią  $30^\circ$  kampą su plokštuma  $F$  ( $C''$  pasirenkame laisvai).

### III. Tiesės pėdsakai. Dvi tiesės

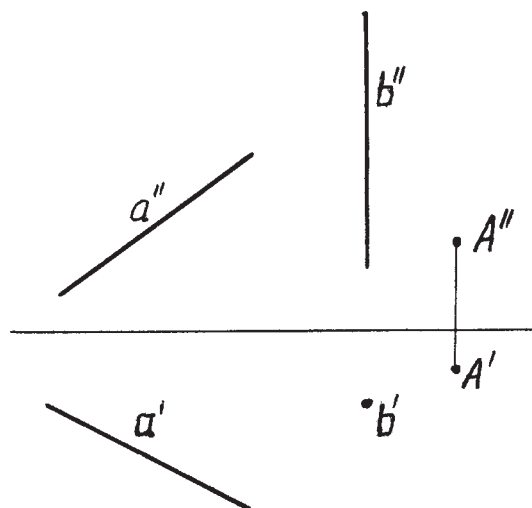
1. Rasti duotų tiesių pėdsakus ir nustatyti erdvės oktantus, per kuriuos jos praeina.



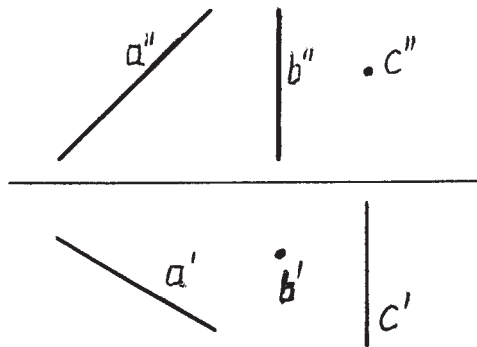
2. Per tašką  $A$  nubrėžti tiesę, lygiagrečią tiesei  $(b)$ , ir rasti jos pėdsakus.



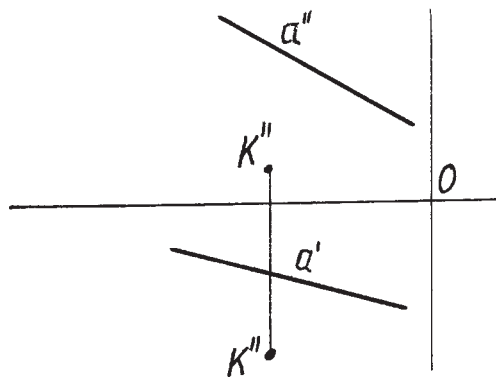
3. Per tašką  $A$  nubrėžti tiesę, kertančią dvi prasilenkiančias tieses.



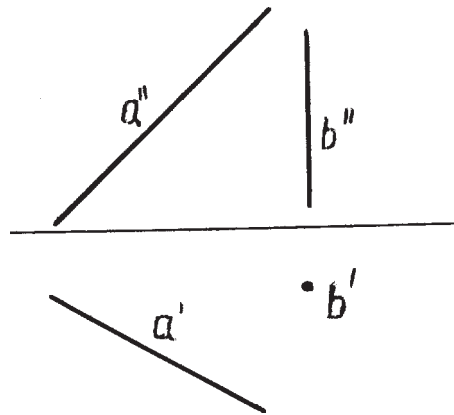
4. Nubrėžti horizontalę ir frontalę, kertančias tris prasilenkiančias tieses.



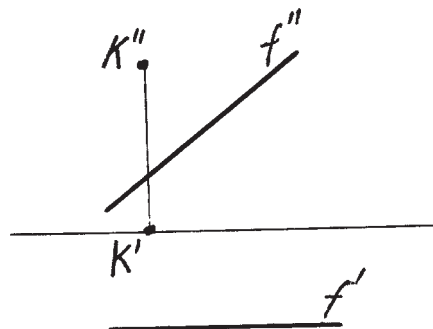
5. Per tašką  $K$  nubrėžti tiesę ( $b$ ), kertančią tiesę ( $a$ ) ir ašį  $Oz$ .



6. Nustatyti atstumą tarp dviejų prasilenkiančių tiesių.



7. Nustatyti atstumą nuo taško  $K$  iki frontinės ( $f$ ).



### Klausimai

1. Ką vadiname tiesės *pėdsaku*?
2. Kaip projektuojasi lygiagrečios tiesės?
3. Kuo skiriasi susikertančių ir prasilenkiančių tiesių projekcijos?
4. Kokiais atvejais status kampas projektuojasi tikruoju savo dydžiu?
5. Kam ir kaip naudojame prasilenkiančių tiesių *konkuruojančius* taškus?

### Literatūra

L1 [29-35].

### Namų darbas

1. Per tašką išvesti ilgio atkarpą, lygiagrečią atkarpai.

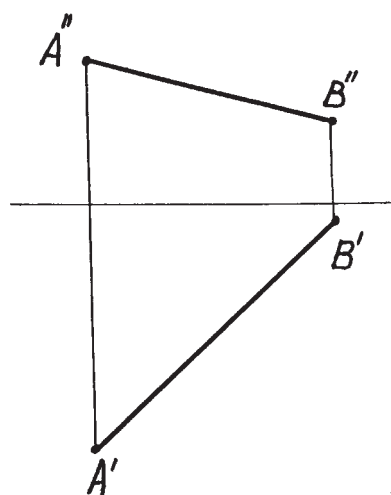
Eil. Nr.	A			B			C		
	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$
1.	30	20	35	80	65	15	70	30	40
2.	30	25	20	80	50	40	40	45	10
3.	30	40	10	60	15	25	35	20	30
4.	65	10	20	5	35	55	70	45	30
5.	80	10	20	10	40	5	55	30	30
6.	30	50	5	90	10	35	20	30	40
7.	50	45	50	0	10	20	20	35	15
8.	60	45	55	10	25	10	50	55	15
9.	25	55	65	80	20	5	30	20	35
10.	85	50	65	25	10	0	80	15	40
11.	65	0	40	25	40	10	10	10	30
12.	70	40	10	10	15	25	40	40	35
13.	30	65	0	90	15	20	85	50	35
14.	65	45	30	10	15	15	50	25	40
15.	70	40	10	10	15	40	60	20	50
16.	60	25	50	5	5	20	30	30	25
17.	0	60	70	70	5	20	40	10	25
18.	90	5	20	25	35	50	60	30	55
19.	15	30	50	75	10	5	45	40	15
20.	55	20	45	15	75	15	50	45	20

2. Rasti tiesės atkarpos  $[AB]$  *pėdsakus* ir nurodyti erdvės oktantus, pro kuriuos praeina tiesė.
3. Tiesę  $(AB)$  kirsti dviem tiesėm, einančiom per tašką  $C$  (viena - lygio tiesė, antra - bendros padėties, kertanti kurią nors ašį ( $Oy$  ar  $Oz$ )).
4. Per tašką  $B$ , statmenai tiesės atkarpai  $[AB]$ , išvesti horizontalę ir joje į abi puses nuo taško  $B$  atidėti 20 mm ilgio atkarpas.

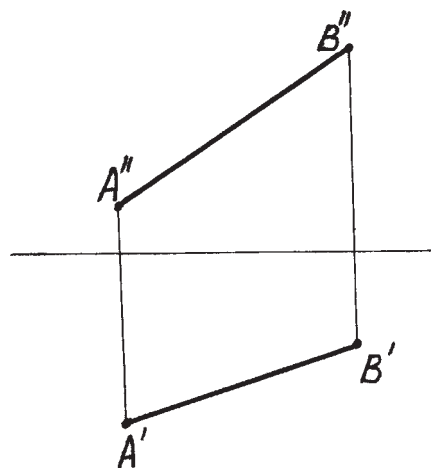
## IV. Plokštuma. Taškas ir tiesė plokštumoje

1. Per atkarpą  $[AB]$  išbrėžti plokštumas:

a) horizontaliai projektuojančią;

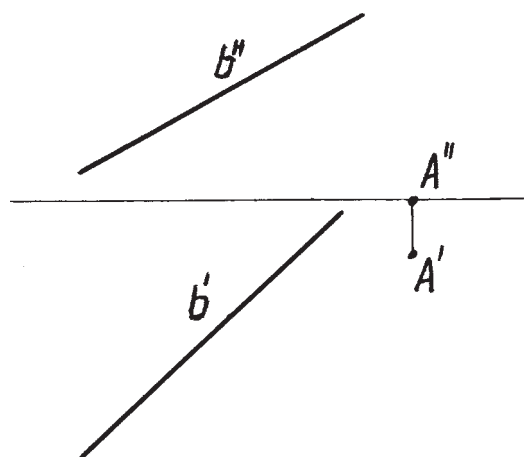


b) frontaliai projektuojančią.

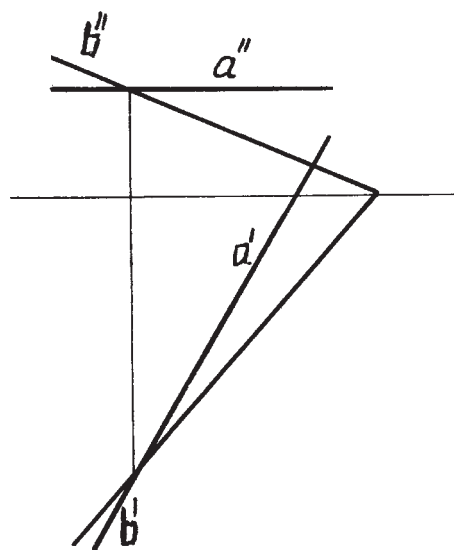


2. Rasti *pėdsakus* plokštumos, pažymėtos:

a) tašku ir tiese;

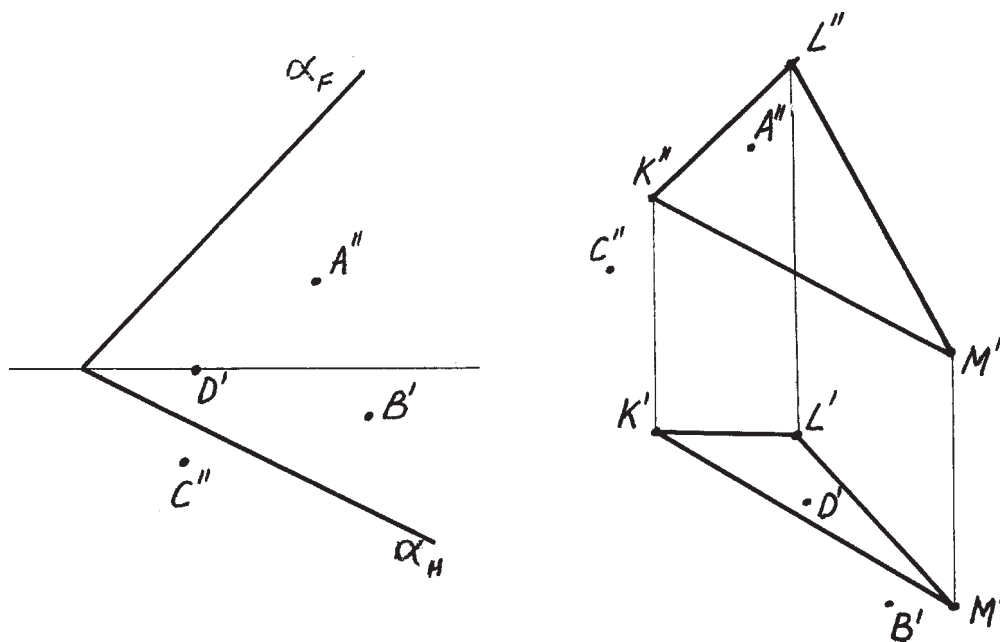


b) dviem susikertančiom tiesėm.

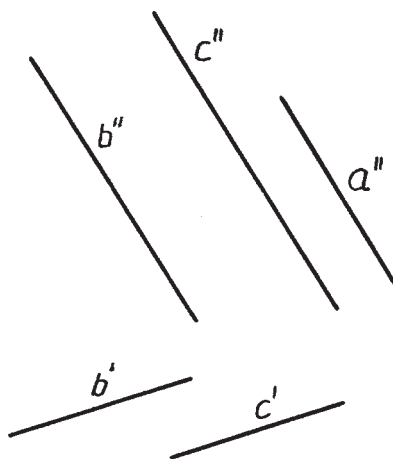




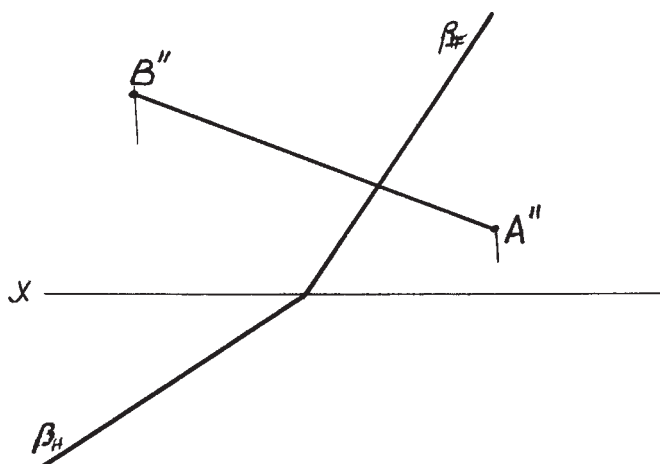
3. Rasti taškų  $A, B, C, D$ , priklausančių plokštumoms  $\alpha$  ir  $\beta$  ( $\Delta KLM$ ), trūkstamas projekcijas, panaudojant įvairias plokštumos tieses.



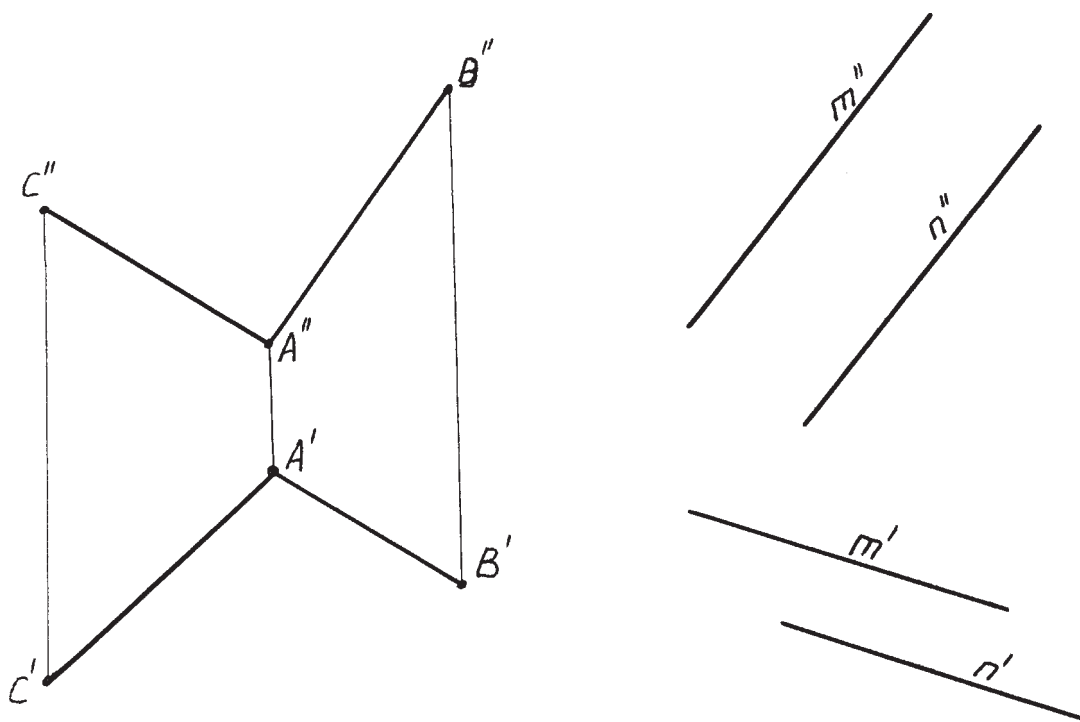
4. Rasti plokštumoje  $\alpha$  ( $b||c$ ) esančios tiesės ( $a$ ) trūkstamą projekciją.



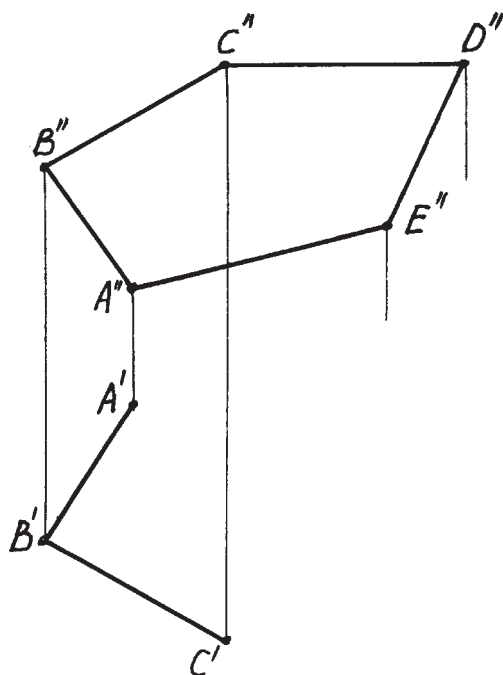
5. Rasti plokštumoje  $\beta$  esančios tiesės atkarpos  $[AB]$  trūkstamą projekciją.



6. Nubrėžti plokštumos  $\alpha (AB \cap AC)$  ir  $\beta (m \parallel n)$  horizontalę, frontalę ir didžiausio nuolydžio tiesę į plokštumą  $F$ .



7. Rasti plokščios figūros  $ABCD$  trūkstantą projekciją ir nustatyti pasvirimo kampą į plokštumą  $H$ .



### Klausimai

1. Kaip vaizduojama plokštuma epiūroje?
2. Kokią plokštumą vadiname bendros padėties, projektuojančią, lygio?
3. Kada tiesė priklauso plokštumai?
4. Kokios yra ypatingos plokštumos tiesės?
5. Kada taškas priklauso plokštumai?
6. Kaip epiūroje patikrinti, ar tiesė ir taškas priklauso plokštumai?

### Literatūra

L1 [36-54].

### Namų darbas

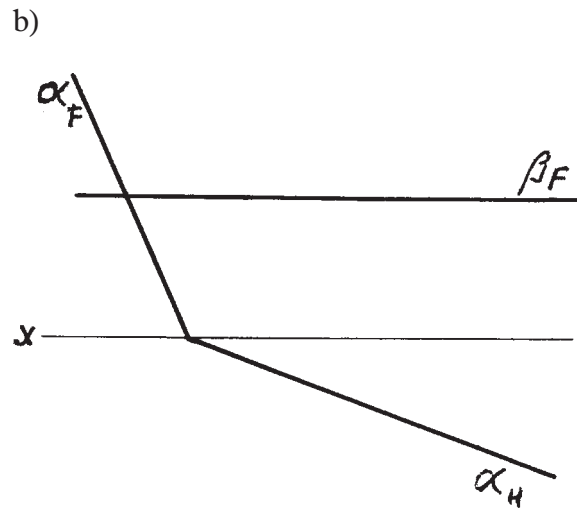
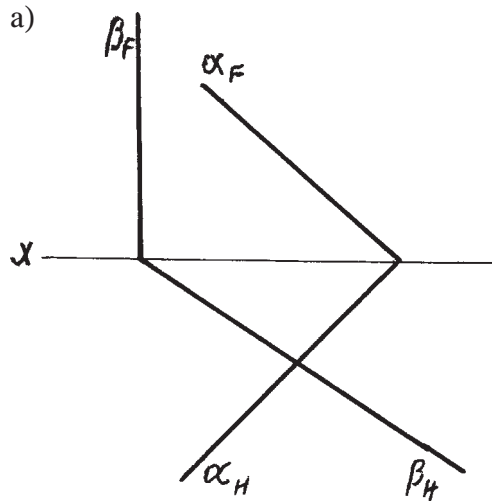
1. Nubrėžti plokštumos  $\alpha$ , einančios per tiesę  $AB$ , pėdsakus ir nustatyti parametrus ( $m, n$ ).

Eil. Nr.	A			B			$\alpha$			C			D		
	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$	$k$	$m$	$n$	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$
1.	80	40	45	55	25	10	65	m	n	50	35	z	80	y	5
2.	5	30	30	30	10	20	30	m	n	15	15	z	40	y	10
3.	70	30	45	30	5	15	30	m	n	40	20	z	5	y	20
4.	60	20	30	40	5	20	50	m	n	50	20	z	20	y	20
5.	70	15	20	30	35	5	70	m	n	60	30	z	100	y	20
6.	80	5	35	30	25	10	30	m	n	50	25	z	80	y	15
7.	95	50	30	45	5	10	30	m	n	60	30	z	20	y	10
8.	55	15	30	30	25	15	20	m	n	50	30	z	60	y	10
9.	60	15	5	10	35	35	40	m	n	30	15	z	10	y	5
10.	80	30	5	20	5	40	30	m	n	40	25	z	0	y	40
11.	95	40	25	60	10	15	30	m	n	80	15	z	40	y	30
12.	35	30	40	60	10	20	45	m	n	45	15	z	95	y	5
13.	40	15	25	65	25	10	35	m	n	50	25	z	0	y	40
14.	100	40	40	70	10	20	70	m	n	70	20	z	25	y	35
15.	35	15	5	70	5	35	50	m	n	50	15	z	100	y	30
16.	15	45	45	55	5	20	50	m	n	35	20	z	80	y	30
17.	65	5	30	35	25	10	45	m	n	50	25	z	15	y	10
18.	30	50	60	65	15	30	65	m	n	70	20	z	100	y	25
19.	50	50	5	10	5	30	35	m	n	30	40	z	10	y	10
20.	40	0	35	5	50	5	70	m	n	45	10	z	80	y	30

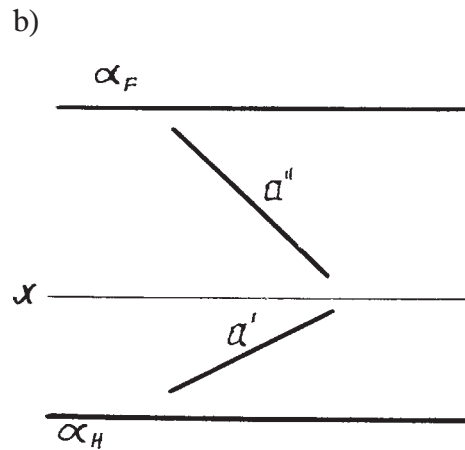
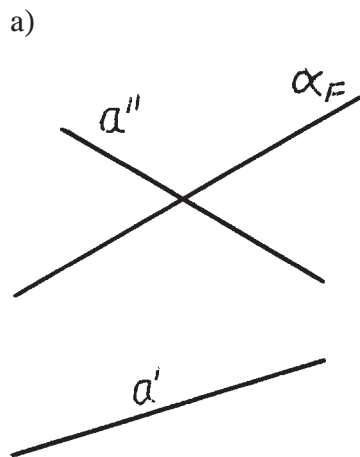
2. Nustatyti plokštumoje  $\alpha$  esančių taškų  $C, D$  ir  $E (40, 0, z)$  trūkstamas koordinatas, naudojant įvairias plokštumos tieses.
3. Rasti kampą  $\beta$ , kurį plokštuma  $\alpha$  sudaro su frontaline projekcija plokštuma.

## V. Plokštumų ir tiesių sankirta

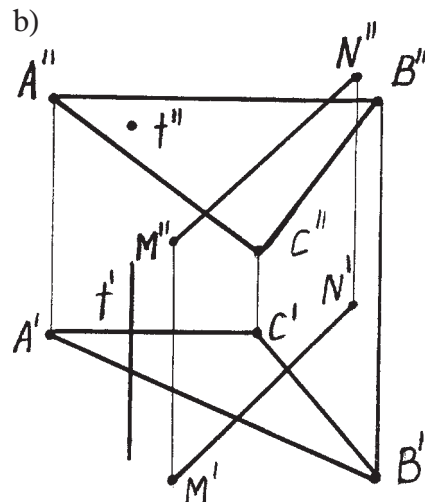
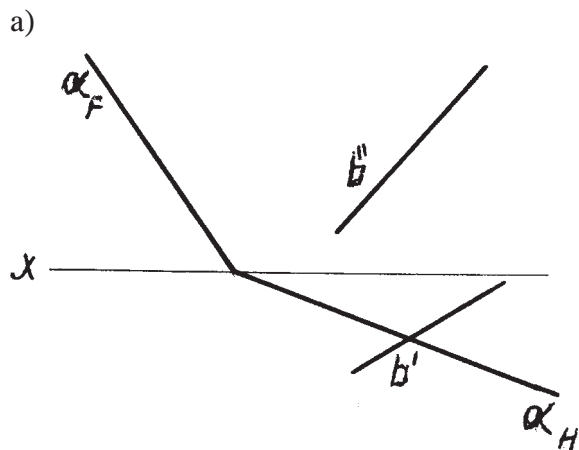
1. Rasti plokštumų  $\alpha$  ir  $\beta$  sankirtos liniją.



2. Rasti tiesės ( $a$ ) ir projektuojančios plokštumos  $\alpha$  sankirtos tašką  $K$ , nustatyti tiesės matomumą.

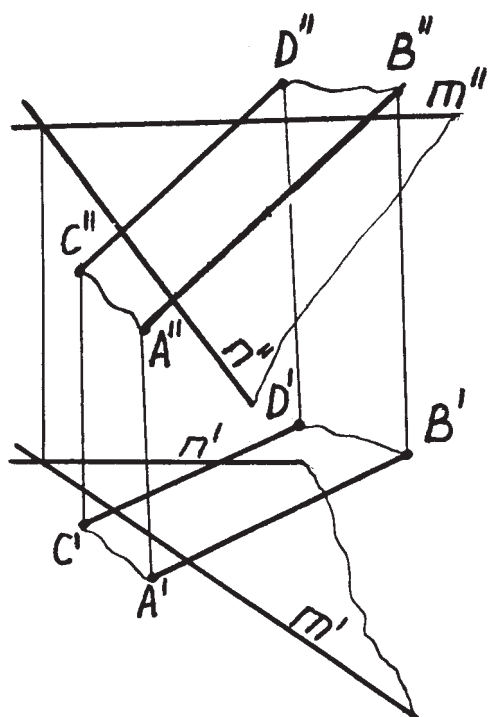


3. Rasti tiesės ir plokštumos sankirtos tašką, nustatyti tiesės matomumą.

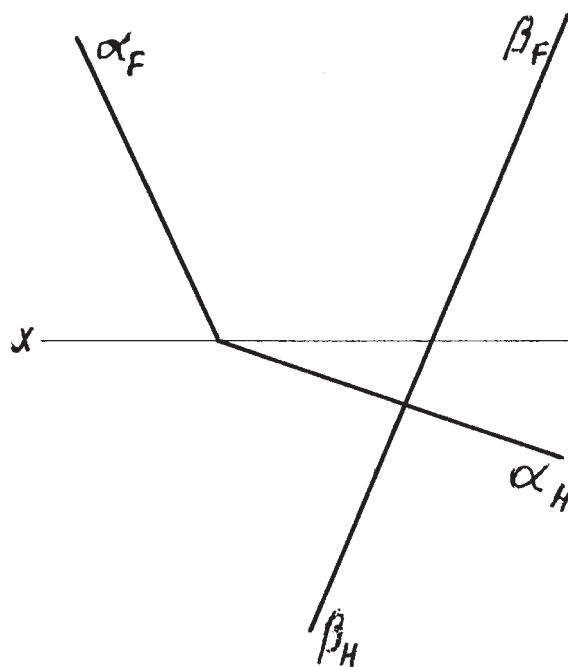


4. Rasti dviejų plokštumų sankirtos linijas.

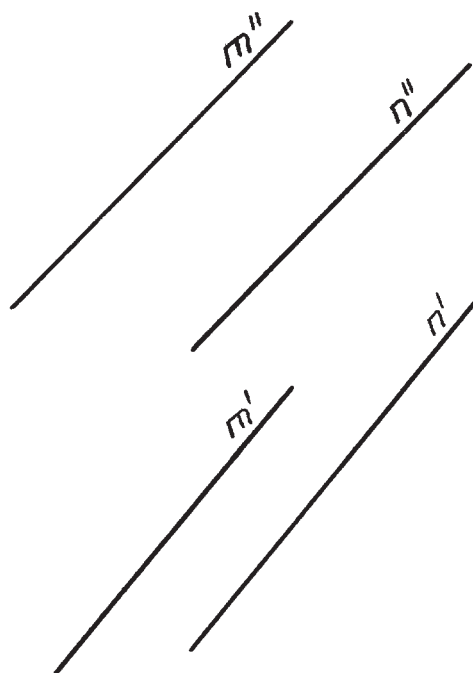
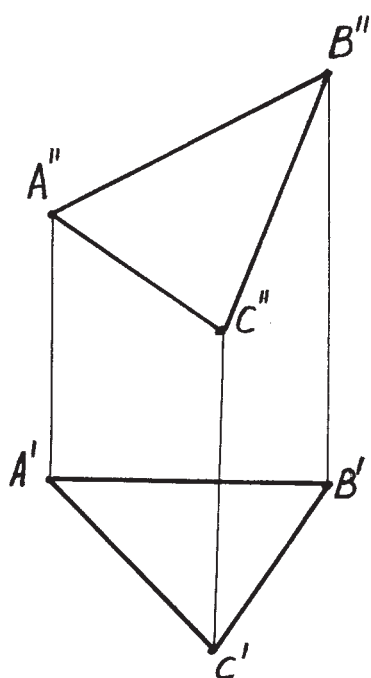
a)



b)



c)



### Klausimai

1. Kokių atveju tiesės ir plokštumos sankirtos taško projekcijos surandamos iš karto?
2. Kaip surandamas bendru atveju tiesės ir plokštumos sankirtos taškas ?
3. Kaip nustatomos tiesės, susikirtusios su plokštuma, matomos ir nematomos dalys horizontalioje projekcijoje? Frontalinėje projekcijoje?
4. Kaip surandamos dviejų *pėdsakais* atvaizduotų plokštumų sankirtos tiesės projekcijos?
5. Kaip surandamos dviejų plokščių figūrų sankirtos tiesės projekcijos?

### Literatūra

L1 [54-62].

### Namų darbas

1. Rasti projektuojančios plokštumos  $\gamma$  ir plokštumos  $\alpha(\Delta ABC)$  sankirtos liniją ir nustatyti matomumą.

Eil. Nr.	A			B			C			$\gamma$		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	k	m	n
1.	80	20	30	40	40	10	0	0	40	90	$\infty$	50
2.	10	5	40	60	55	45	95	30	10	105	50	$\infty$
3.	5	5	10	90	20	15	45	55	50	95	$\infty$	65
4.	90	15	40	55	50	20	5	35	50	10	-10	$\infty$
5.	80	10	5	50	50	50	0	15	20	10	$\infty$	-15
6.	45	55	45	105	15	5	5	15	5	75	$\infty$	65
7.	60	0	55	100	25	30	5	55	0	105	40	$\infty$
8.	0	0	0	30	50	50	95	25	20	65	50	$\infty$
9.	5	20	5	90	0	50	45	40	50	80	$\infty$	60
10.	50	55	10	100	20	35	10	5	50	80	$\infty$	70
11.	0	30	35	60	50	0	90	0	50	70	70	$\infty$
12.	45	50	0	90	5	45	0	25	35	$\infty$	35	$\infty$
13.	5	40	5	60	5	50	95	40	0	75	50	$\infty$
14.	40	5	10	95	5	25	10	45	50	80	$\infty$	60
15.	0	35	45	85	55	50	45	10	15	$\infty$	$\infty$	30
16.	90	15	15	40	50	45	0	5	0	$\infty$	$\infty$	20
17.	50	45	50	90	0	5	10	10	5	60	$\infty$	45
18.	90	0	50	6	20	0	50	40	50	20	-20	$\infty$
19.	5	45	50	90	45	10	35	0	5	$\infty$	25	$\infty$
20.	60	5	10	90	35	50	0	40	50	30	$\infty$	-50

2. Rasti tiesės ( $AB$ ) ir plokštumos  $\beta$  sankirtos tašką ir nustatyti matomumą.

Eil. Nr.	A			B			$\beta$		
	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$	$k$	$m$	$n$
1.	40	5	40	80	30	5	60	25	-60
2.	60	30	5	10	5	40	45	35	-35
3.	50	45	30	10	0	5	85	30	50
4.	80	5	10	15	35	50	$\infty$	25	40
5.	60	30	10	5	20	50	5	-5	-10
6.	20	5	50	90	40	0	50	-40	40
7.	90	45	5	30	20	30	30	-30	-30
8.	55	5	40	10	40	5	90	-20	40
9.	50	30	0	25	20	25	30	40	-20
10.	30	5	0	70	40	55	10	-10	-10
11.	20	30	10	60	15	50	40	-20	50
12.	90	15	5	30	15	45	30	30	-30
13.	30	10	5	80	20	30	$\infty$	40	20
14.	60	40	20	25	5	5	80	70	30
15.	30	20	20	60	45	20	50	30	-50
16.	70	45	5	40	20	25	10	-10	-10
17.	80	40	30	20	10	5	60	-70	30
18.	15	0	0	60	45	20	70	50	30
19.	90	35	20	10	35	20	50	50	-50
20.	25	5	15	70	45	5	90	60	50

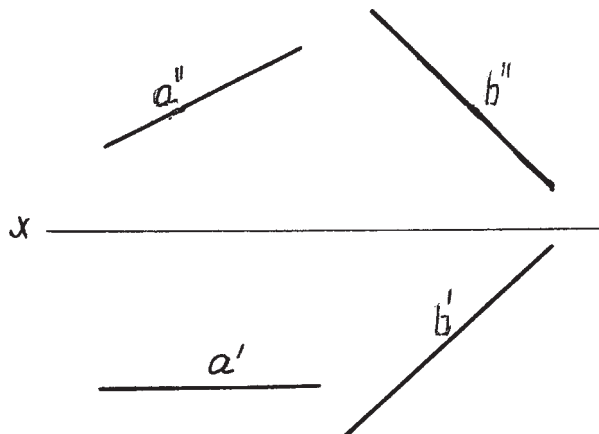
3. Rasti dviejų plokštumų  $\alpha(\Delta ABC)$  ir  $\beta(\Delta DEF)$  sankirtos liniją. Nustatyti matomumą.

Eil. Nr.	A			B			C			D			E			F		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
1.	20	65	30	40	15	65	80	30	35	15	35	70	70	75	80	35	0	0
2.	75	75	5	60	20	60	20	10	40	30	50	55	90	50	35	60	5	10
3.	0	30	75	30	65	15	80	25	15	45	65	75	95	40	0	10	0	10
4.	90	5	70	65	60	15	15	15	20	25	45	70	95	60	35	65	10	0
5.	20	5	60	50	60	5	90	15	30	60	60	60	100	5	10	25	10	0
6.	10	5	70	80	20	25	40	65	10	70	70	70	0	35	60	30	5	0
7.	5	10	60	40	65	10	70	5	40	70	50	75	0	70	45	15	0	0
8.	30	0	60	70	15	15	0	50	20	5	30	60	70	55	60	20	0	0
9.	20	60	55	100	35	50	60	10	0	10	20	15	55	70	5	80	20	45
10.	0	60	20	20	10	60	85	10	20	50	70	65	75	35	0	10	0	5
11.	55	70	5	10	20	15	80	20	45	60	10	5	20	60	55	100	35	20
12.	10	45	5	90	5	10	50	70	70	15	5	50	95	15	65	60	70	0
13.	20	20	70	50	50	10	70	10	30	80	60	70	5	40	60	25	0	10
14.	70	50	0	20	20	10	85	10	45	0	0	60	75	0	0	55	60	60
15.	30	10	80	0	70	60	70	15	20	0	0	50	60	50	70	15	70	5
16.	10	70	10	80	20	20	40	10	50	20	0	0	10	50	70	80	55	50
17.	90	80	20	65	10	60	10	10	10	80	0	0	15	70	65	100	70	40
18.	20	70	5	65	10	30	0	40	70	5	5	30	90	30	0	50	70	65
19.	10	50	75	20	0	0	80	55	55	80	20	20	40	10	50	10	70	10
20.	55	0	0	105	35	35	20	65	60	85	5	60	0	10	25	60	65	10

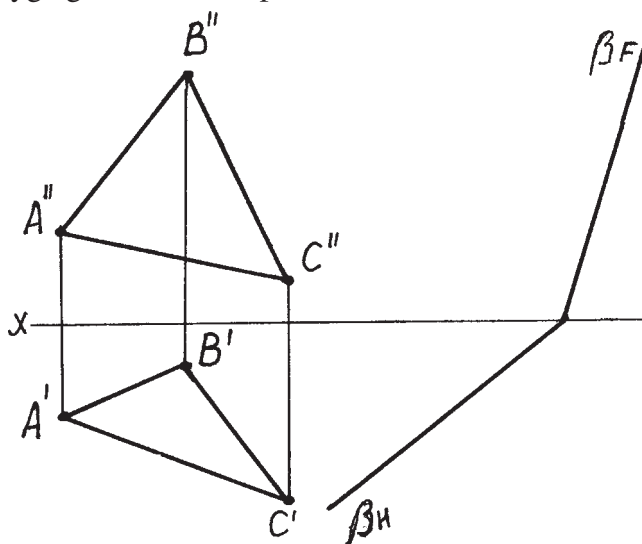


## VI. Plokštumų ir tiesių tarpusavio padėtys

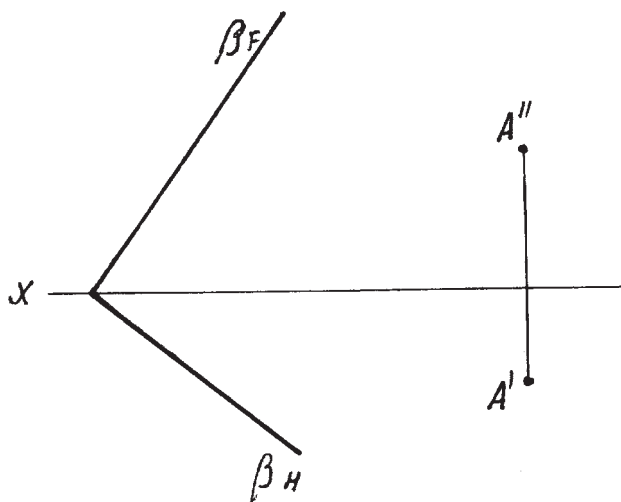
1. Per tiesę  $(a)$  nubrėžkite plokštumą  $\alpha(a \cap n)$ , lygiagrečiai tiesei  $(b)$ , per tiesę  $(b)$  nubrėžkite plokštumą  $\beta(\Delta ABC)$ , lygiagrečiai tiesei  $(a)$ .



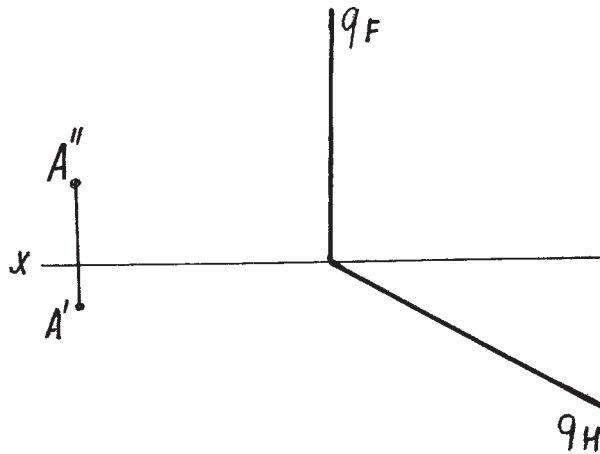
2. Patikrinkite, ar lygiagrečios duotos plokštumos.



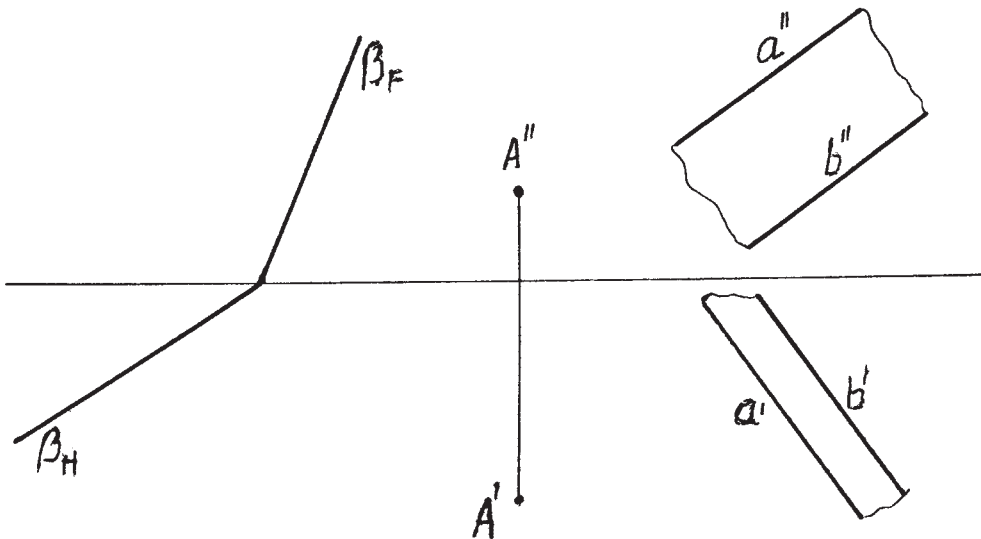
3. Per tašką  $A$  nubrėžkite plokštumą  $\alpha$  (pėdsakais), lygiagrečiai plokštumai  $\beta$ .



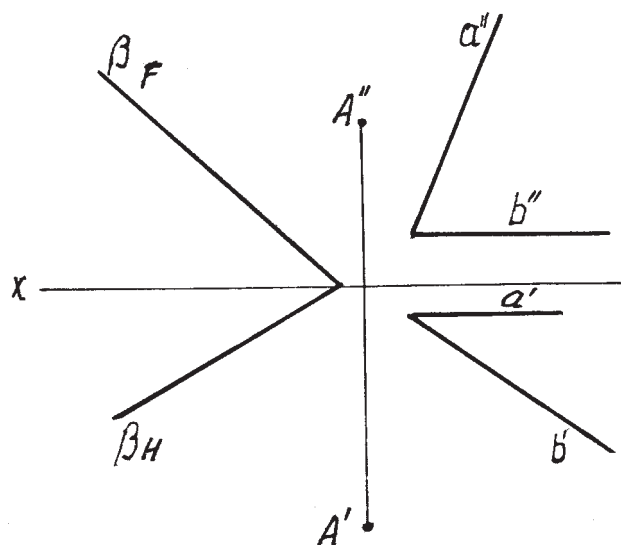
4. Per tašką  $A$  nubrėžkite trikampi, lygiagretų plokštumai  $q$ .



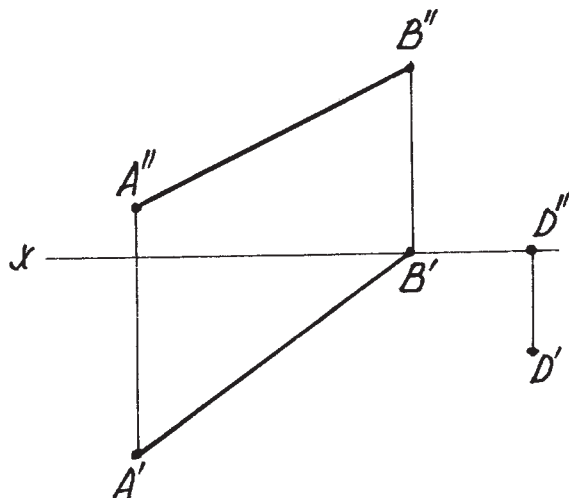
5. Nubrėžkite statmenis iš taško  $A$  į plokštumas  $\beta$  ir  $\alpha(a\parallel b)$ .



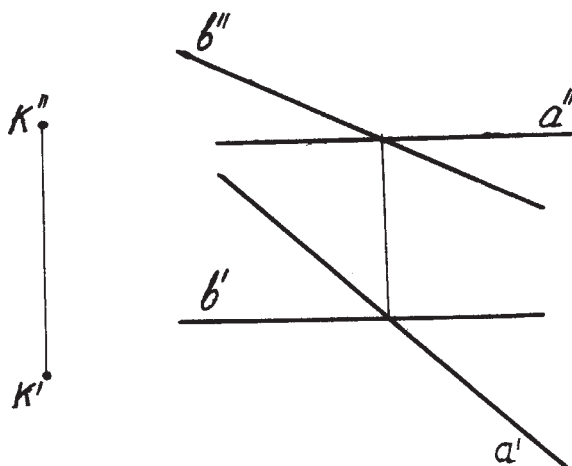
6. Rasti taško  $A$  nuotolį nuo plokštumos  $\alpha(a\cap b)$  ir  $\beta$ .



7. Nubrėžti atkarpai  $[AB]$  statmenas plokštumas: vieną - per atkarpos  $[AB]$  vidurio tašką, antrą - per tašką  $D$ .



8. Per tašką  $K$  išvesti profiliškai projektuojančią plokštumą, statmeną plokštumai  $\alpha(a \cap b)$ .



### Klausimai

1. Kokia tiesė lygiagreti plokštumai ?
2. Kaip patikrinti epiūroje, ar tiesė lygiagreti plokštumai?
3. Kada dvi plokštumos tarpusavyje lygiagrečios?
4. Kokios turi būti tiesės projekcijos atžvilgiu duotosios plokštumos, kai ši statmena duotai plokštumai?
5. Kaip nustatomas taško atstumas nuo plokštumos?
6. Kaip nustatomas atstumas nuo bendros padėties tiesės?

### Literatūra

L1 [63-75].

## Namų darbas

1. Nubrėžti plokštumą  $\alpha$  (*pėdsakais*), lygiagrečią  $\triangle ABC$  ir nutolusią nuo jo 40 mm.
2. Rasti taško  $D$  nuotolį nuo  $\triangle ABC$ .
3. Rasti taško  $D$  nuotolį nuo tiesės ( $AB$ ).

Eil. Nr.	A			B			C			D		
	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$
1.	15	40	50	50	15	0	0	0	30	40	0	35
2.	55	0	0	30	40	50	55	30	50	5	10	25
3.	55	50	10	95	25	45	75	0	0	45	0	50
4.	55	0	0	20	20	50	50	40	40	70	5	25
5.	25	0	60	75	40	30	60	5	5	15	15	40
6.	35	10	10	85	30	50	45	60	40	60	40	0
7.	40	40	40	10	20	5	60	10	30	65	25	5
8.	130	0	15	90	50	45	60	40	0	110	35	0
9.	100	15	5	65	35	50	80	0	50	115	50	25
10.	145	0	25	95	50	10	80	20	60	130	40	50
11.	105	10	50	80	40	10	60	20	20	70	55	45
12.	35	40	40	0	10	15	10	0	60	50	10	0
13.	55	10	15	5	50	40	20	0	60	30	50	60
14.	140	35	20	95	10	50	110	50	60	120	10	55
15.	85	50	25	120	25	0	100	10	40	60	15	10
16.	45	50	0	35	10	35	60	40	60	70	30	35
17.	70	0	25	30	20	50	50	40	10	30	5	15
18.	35	45	35	20	5	50	60	25	60	65	10	30
19.	40	45	15	55	5	50	70	20	5	80	35	45
20.	100	50	50	130	0	10	80	0	40	90	35	15

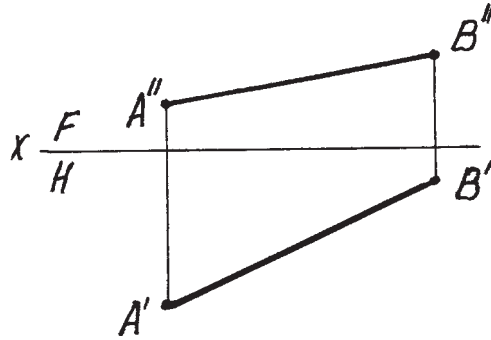
4. Per tašką  $E$  nubrėžti plokštumą  $\alpha$  (*pėdsakais*), statmeną plokštumoms  $\beta(\triangle KLM)$  ir  $\gamma$ .

Eil. Nr.	E			K			L			M			$\gamma$		
	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$	$k$	$m$	$n$
1	35	40	40	80	5	40	10	5	5	70	40	5	20	50	20
2	30	0	30	80	5	40	50	5	5	0	50	5	20	-30	15
3	40	45	45	95	50	5	10	5	5	85	5	45	-20	25	25
4	45	45	35	100	5	50	20	5	5	75	50	5	20	15	20
5	35	0	10	5	50	5	100	5	5	30	5	50	-20	-50	50
6	55	40	50	25	5	50	75	5	5	0	50	5	-20	35	20
7	30	10	40	95	5	35	45	5	5	0	50	5	30	10	30
8	20	10	0	5	5	50	100	5	5	15	45	5	-20	40	20
9	40	45	45	90	45	5	20	5	5	85	5	50	15	50	50
10	70	45	30	50	5	50	80	5	5	15	40	5	10	50	50
11	80	45	10	85	40	5	45	5	5	5	5	40	10	5	30
12	70	10	0	85	5	40	0	5	5	75	50	5	40	-40	-40
13	20	30	40	75	5	40	10	5	5	35	50	5	-20	-50	50
14	65	40	5	75	5	50	45	5	5	15	45	5	30	-20	20
15	70	35	50	90	50	5	55	5	5	5	5	30	15	5	-45
16	25	35	0	100	40	5	55	5	5	0	5	40	-10	30	20
17	45	15	40	90	50	5	40	5	5	5	5	25	-20	30	30
18	30	40	5	95	35	5	40	5	5	10	5	50	-10	40	10
19	75	50	10	85	5	50	40	5	5	15	35	5	-10	10	-30
20	35	50	15	10	35	5	55	5	5	10	5	50	10	10	30

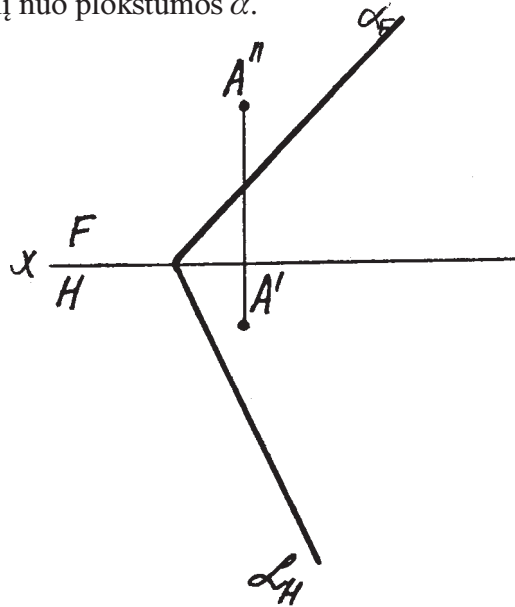
## VII. Projektijų pertvarkymai

### a) projektijų plokštumų pakeitimas

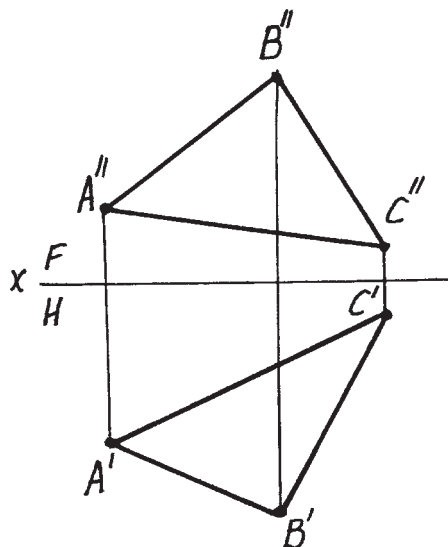
1. Rasti atkarpos  $[AB]$  tikrąjį ilgį ir kampus  $\alpha$  ir  $\beta$ , kuriuos ji sudaro su proj. plokštumomis.



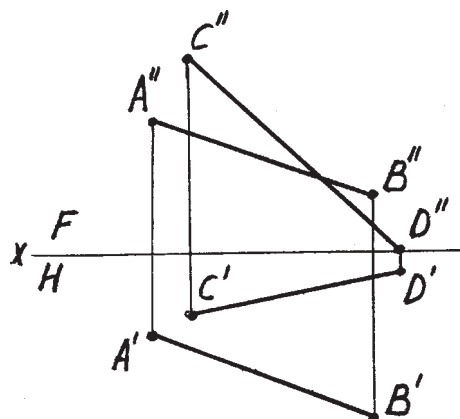
2. Rasti taško  $A$  nuotolį nuo plokštumos  $\alpha$ .



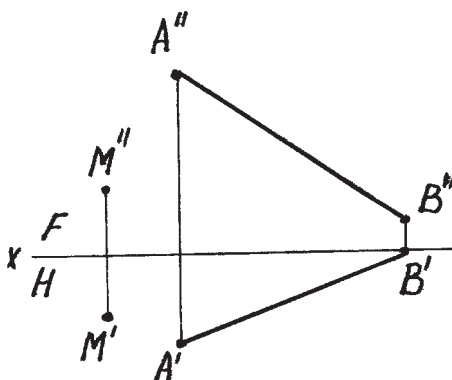
3. Rasti trikampį  $ABC$  apibrėžiančio apskritimo centrą ir grąžinti į pradines projekcijas.



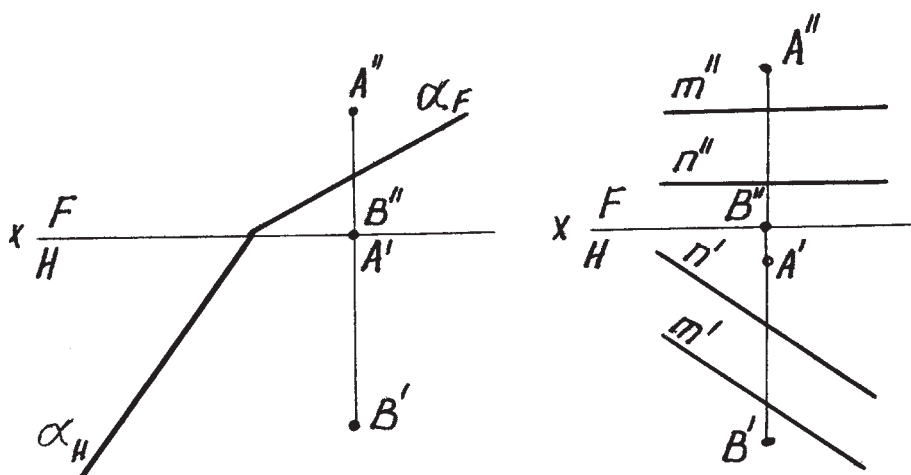
4. Rasti nuotolį tarp dviejų prasilenkiančių tiesių.



5. Rasti taško nuotolį nuo tiesės (AB).

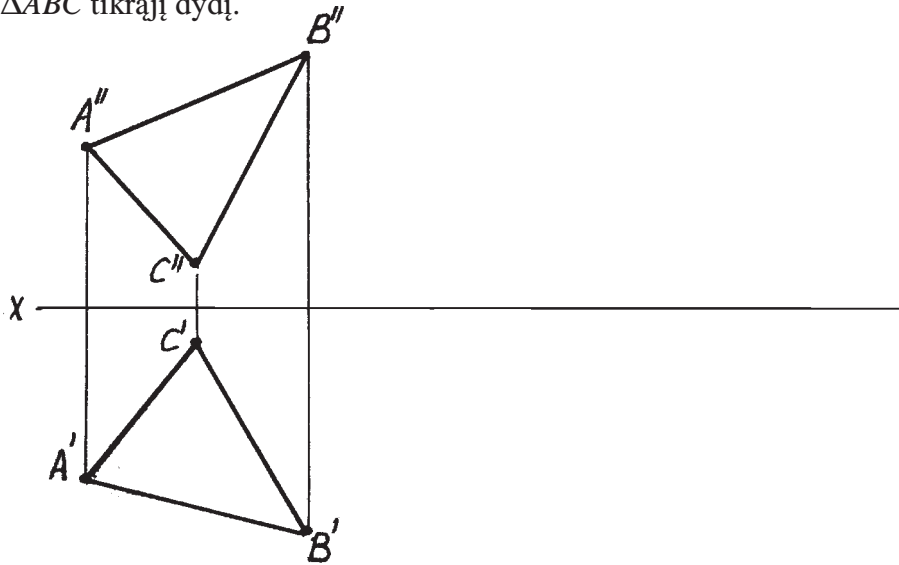


6. Rasti atkarpos [AB] sankirtos taškus su plokštumomis  $\alpha$  ir  $\beta$  ( $m \parallel n$ ). Nustatyti atkarpos matomas ir nematomas dalis.

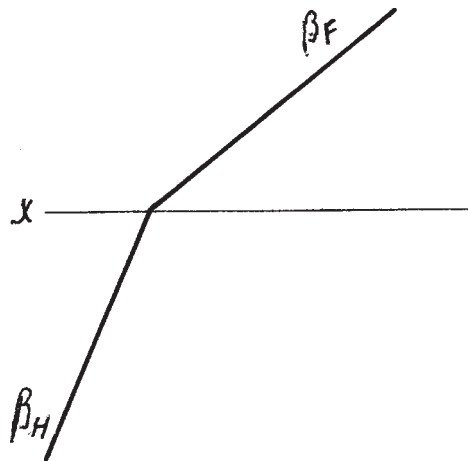


**b) plokščiai lygiagretus perstūmimas ir posūkis apie projektuojančią tiesę**

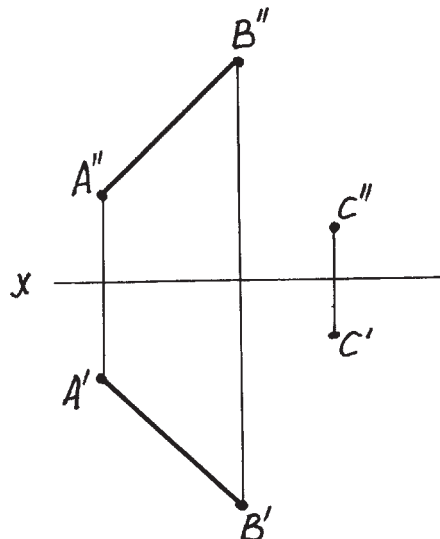
7. Rasti  $\triangle ABC$  tikrąjį dydį.



8. Plokštumą  $\beta$  pasukti į frontaliai projektuojančią padėtį.



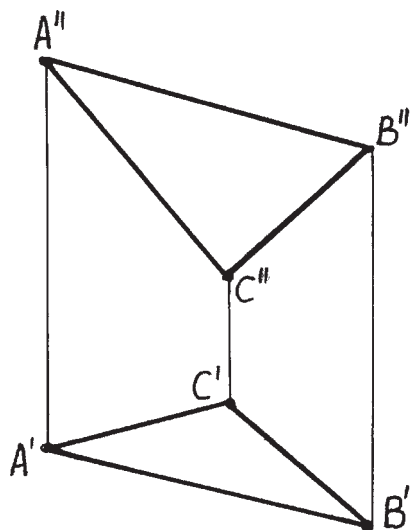
9. Rasti taško  $C$  nuotolį nuo tiesės  $(AB)$ .



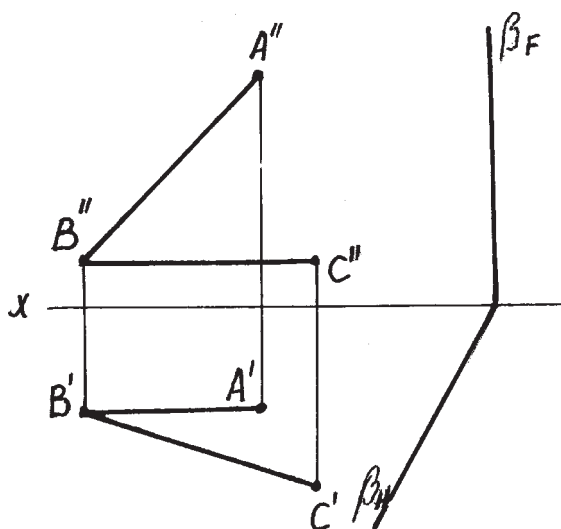


### c) posūkis apie lygią tiesę ir sutapdinimas

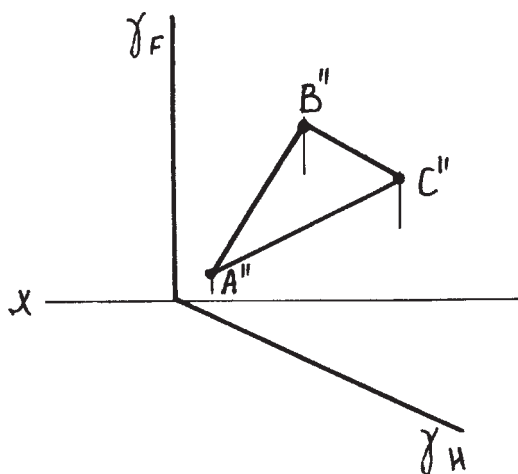
10. Rasti trikampio  $ABC$  tikrą dydį.



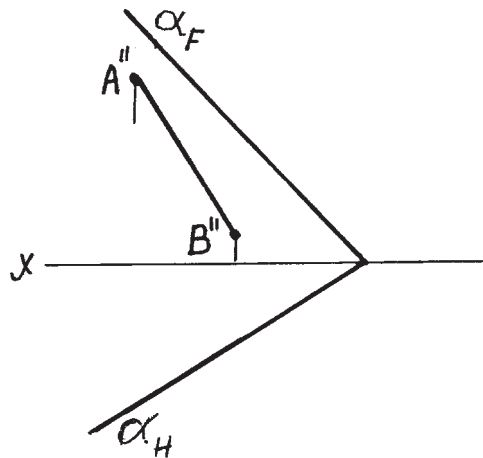
11. Rasti kampą tarp plokštumų  $\alpha(AB \cap BC)$  ir  $\beta$ .



12. Rasti trikampio  $ABC$ , priklausančio plokštumai  $\gamma$ , tikrąjį dydį.

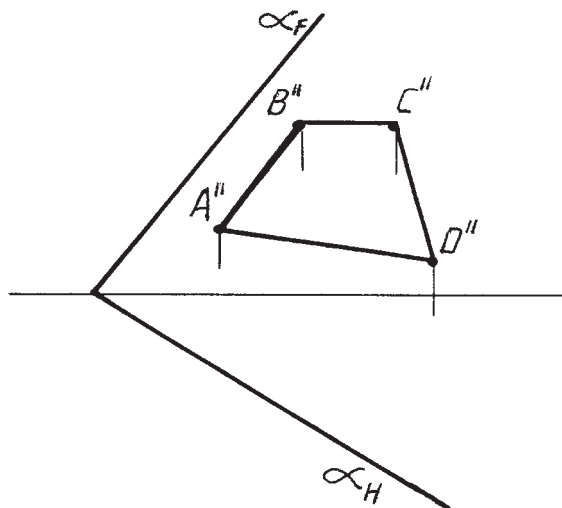


13. Rasti tiesės  $AB$  tikrą dydį sutapdinimo būdu.



14. Rasti plokščio keturkampio tikrąjį dydį:

- keičiant projekcijų plokštumas;
- plokščiai lygiagretaus perstūmimo būdu;
- plokštumų sutapdinimo būdu.



### Klausimai

- Kokiais atvejais naudojami epiūrų pertvarkymo būdai?
- Kokia yra projekcijų plokštumų pakeitimo esmė?
- Kiek ir kokius pakeitimus reikia padaryti, kad bendros padėties tiesė taptų projektuojančia, o bendros padėties plokštuma - lygio?
- Koks yra esminis skirtumas tarp pasukimo būdo ir projekcijų plokštumų pakeitimo?
- Kaip keičiasi figūros projekcijos, pasukant jas apie ašį  $\perp H$  ( $\perp F$ ) plokštumai?
- Kokiems uždaviniams spręsti naudojamas figūrų pasukimas apie lygio ašį?
- Iki kokios padėties yra pasukamos figūros apie lygio tiesę?

### Literatūra

L1 [76-101].

## Namų darbas

1. Rasti  $\Delta ABC$  tikrą dydį projekcijų plokštumų pakeitimo būdu.
2. Rasti dvisienį kampą tarp  $\Delta ABC$  ir  $\Delta BCD$  plokščiai lygiagretaus perstūmimo būdu.
3. Rasti lygiagretainio  $ABCE$  tikrą dydį posūkio apie lygio tiesę būdu.
4. Rasti kampo tikrąjį dydį tarp plokštumos  $\alpha(\Delta ABC)$  ir tiesės  $(AD)$ .

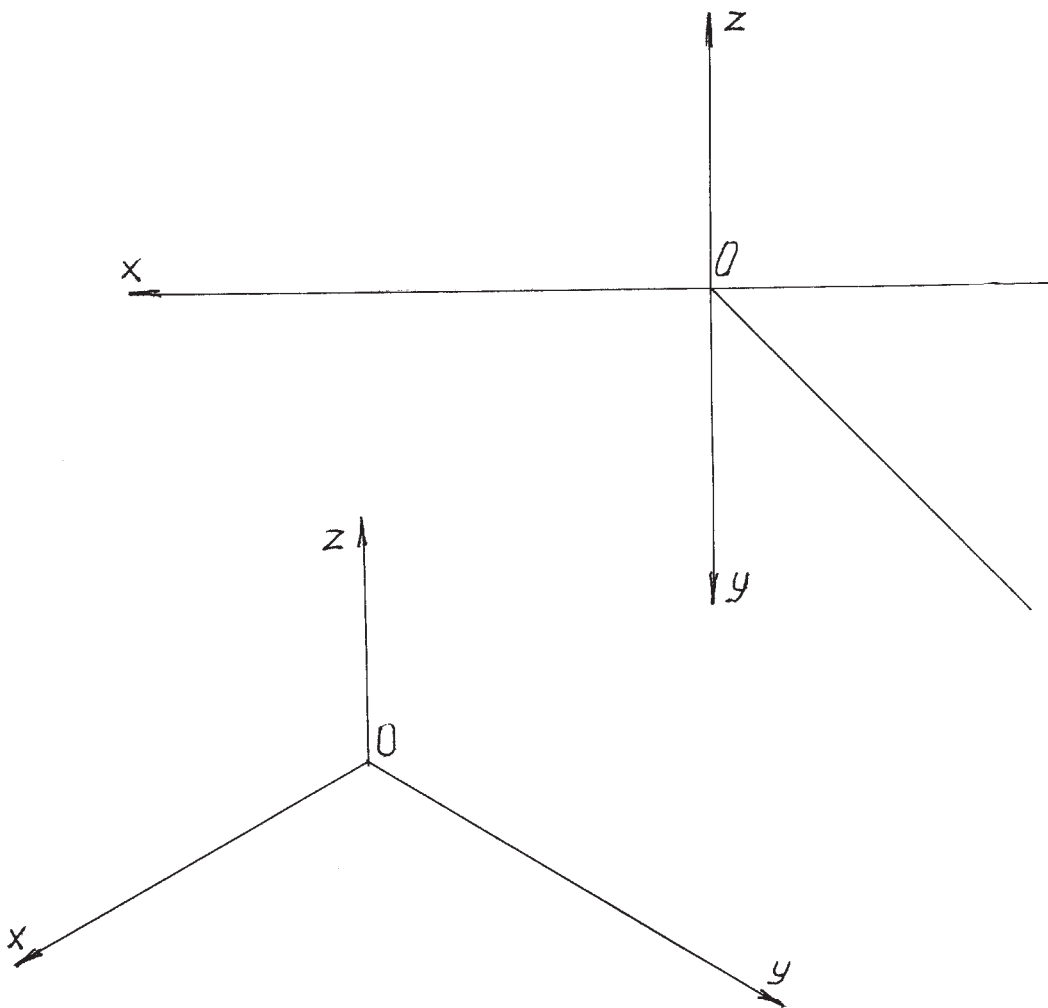
Eil. Nr.	A			B			C			D		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
1.	50	40	45	25	5	15	75	50	5	70	25	35
2.	50	5	35	25	50	0	0	45	20	10	55	45
3.	90	45	20	40	25	5	50	15	50	30	10	0
4.	80	45	50	50	20	10	130	0	35	70	5	30
5.	55	50	10	65	5	40	105	15	25	80	30	50
6.	105	50	5	50	15	15	95	5	50	60	0	10
7.	15	15	15	10	40	50	60	0	5	40	0	40
8.	85	50	5	35	5	15	85	25	40	40	40	25
9.	25	10	50	50	50	10	70	0	25	60	50	55
10.	0	50	50	45	35	15	15	0	0	20	20	50
11.	50	0	10	90	10	5	40	45	45	70	10	50
12.	100	20	5	80	45	40	50	10	50	60	35	20
13.	55	10	15	30	35	0	0	0	20	-10	10	50
14.	90	5	40	100	50	0	50	15	50	80	60	30
15.	70	50	15	95	35	35	50	5	50	50	30	60
16.	60	50	15	10	0	50	20	40	5	0	25	40
17.	60	0	50	70	45	5	25	10	20	20	30	50
18.	25	5	0	45	25	45	0	50	35	10	60	10
19.	60	40	0	75	5	35	25	20	15	40	35	50
20.	25	10	15	60	5	45	10	35	35	20	65	5

5. Rasti  $\Delta ABC \cap (MN)$ ;  $(MN)$  profilė pasirinkta pačių studentų, naudojant papildomą projektavimą.

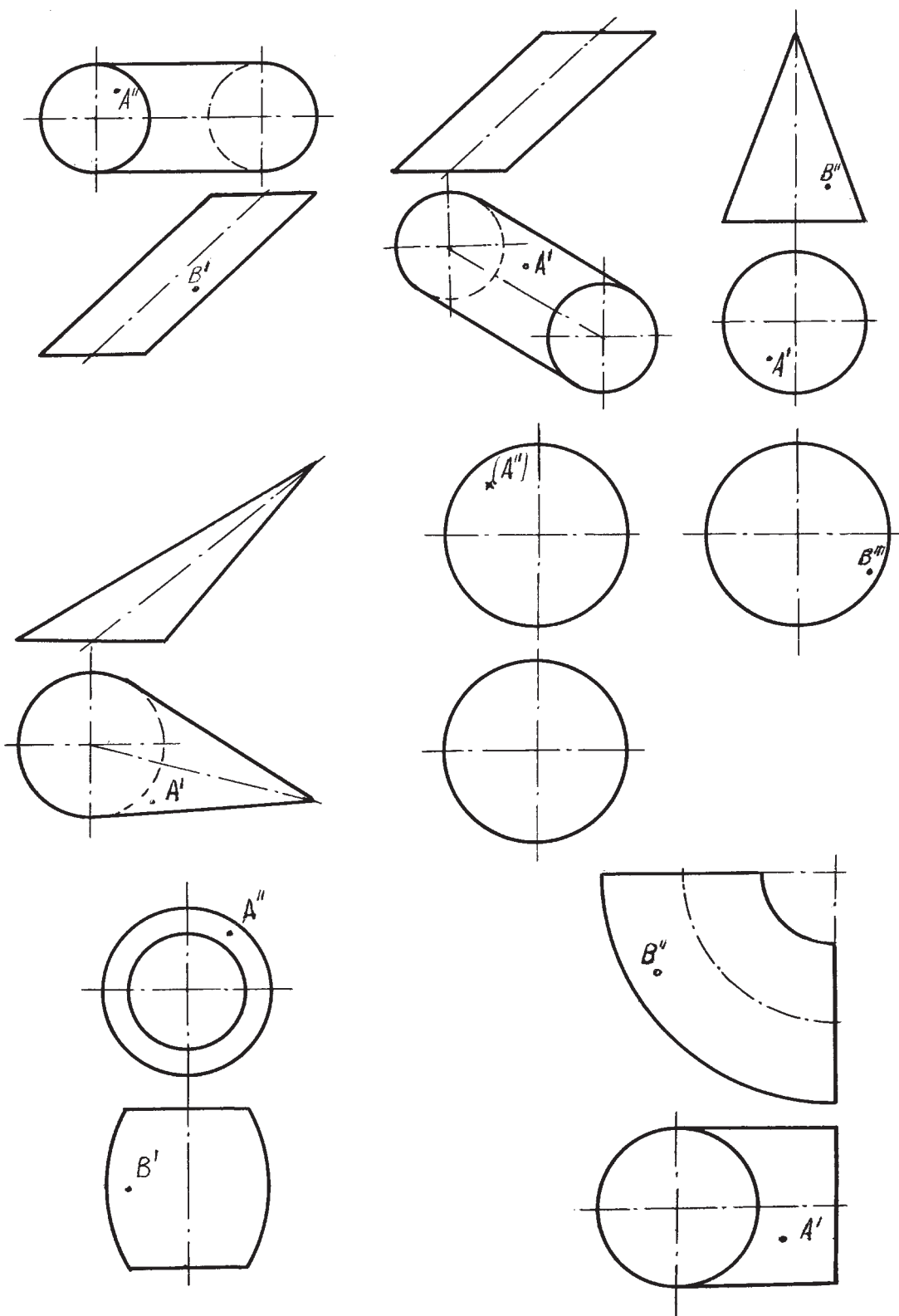
6. Rasti trumpiausią atstumą tarp 2-ų prasilenkiančių tiesių  $(AB) \wedge (CD)$  (būdą pasirinkti patiems).

## VIII. Paviršiai, jų išklotinės. Paviršių ir plokštumų sankirtos linija

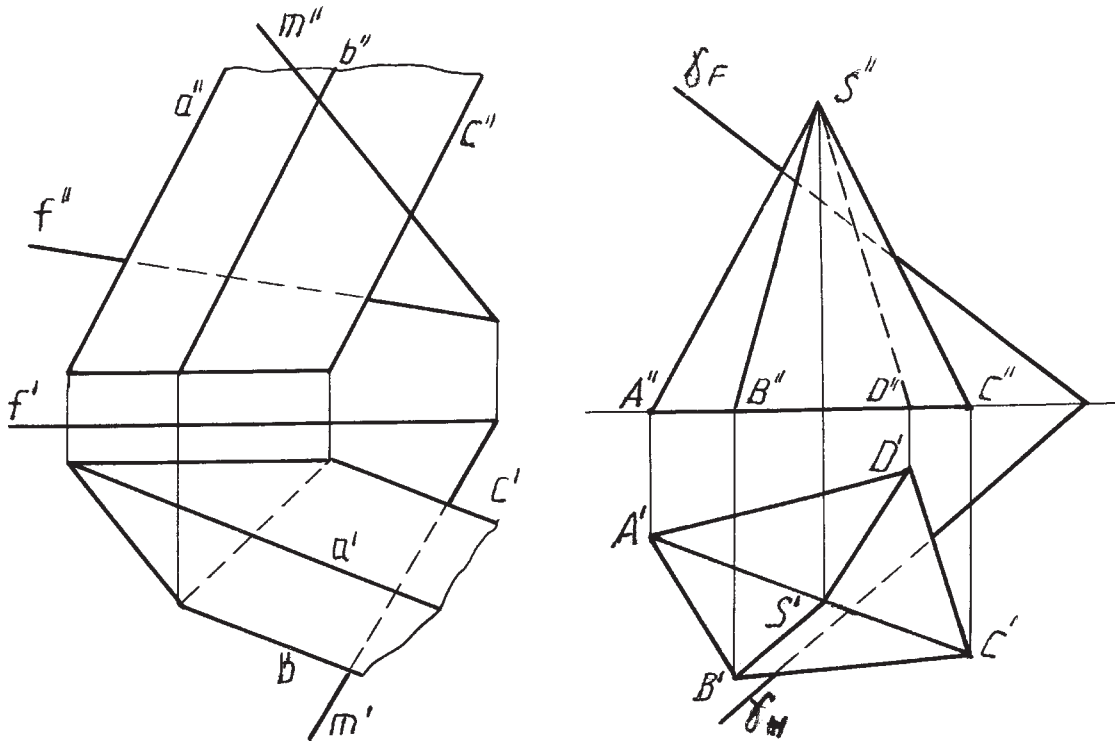
1. Nubrėžkite epiūroje ir aksonometrijoje šias taisyklingas ir stačias figūras: ritinį ir kūgį, kurio pagrindo skersmuo  $d=20$  mm, aukštis  $h=30$  mm, trikampę prizmę, kurios kraštinės ilgis  $a=20$  mm, aukštis  $h=25$  mm; keturkampę piramidę, kurios pagrindo kraštinės ilgis  $b=15$  mm, aukštis  $h=25$  mm. Savaip išdėstyti paviršius ant  $H$  plokštumos.



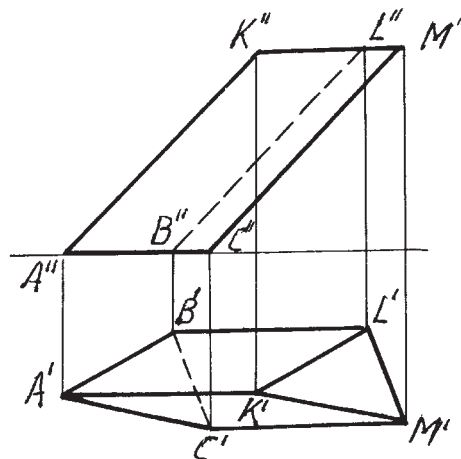
2. Rasti trūkstamas taškų projekcijas duotuose paviršiuose.



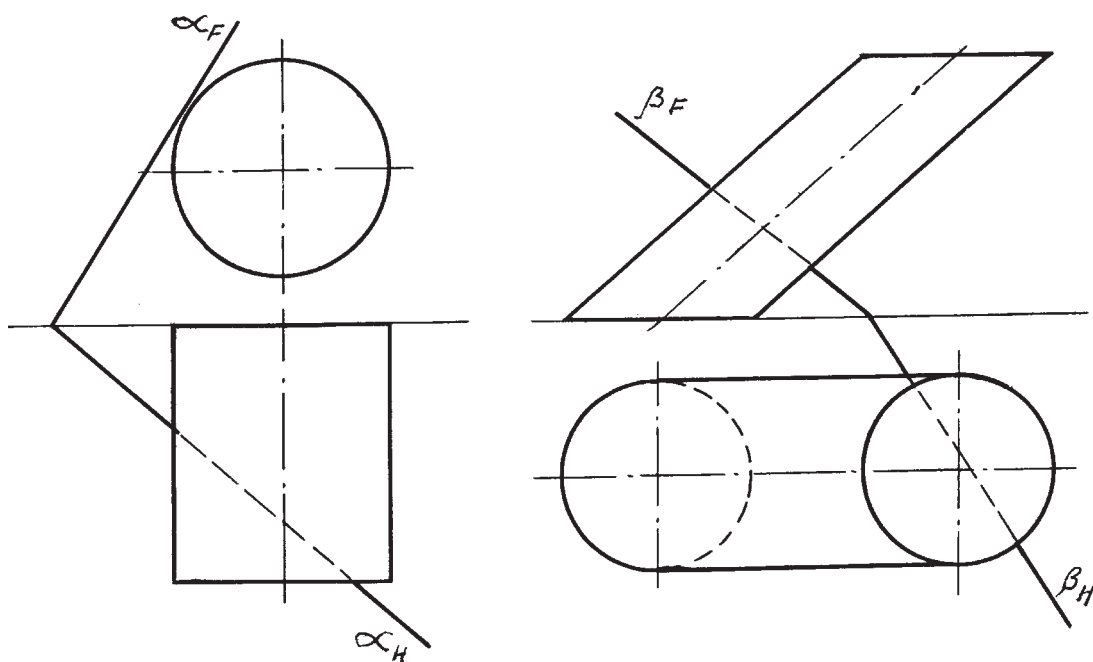
3. Raskite briaunainių ir plokštumų sankirtos linijas, paryškinkite matomas figūrų dalis.



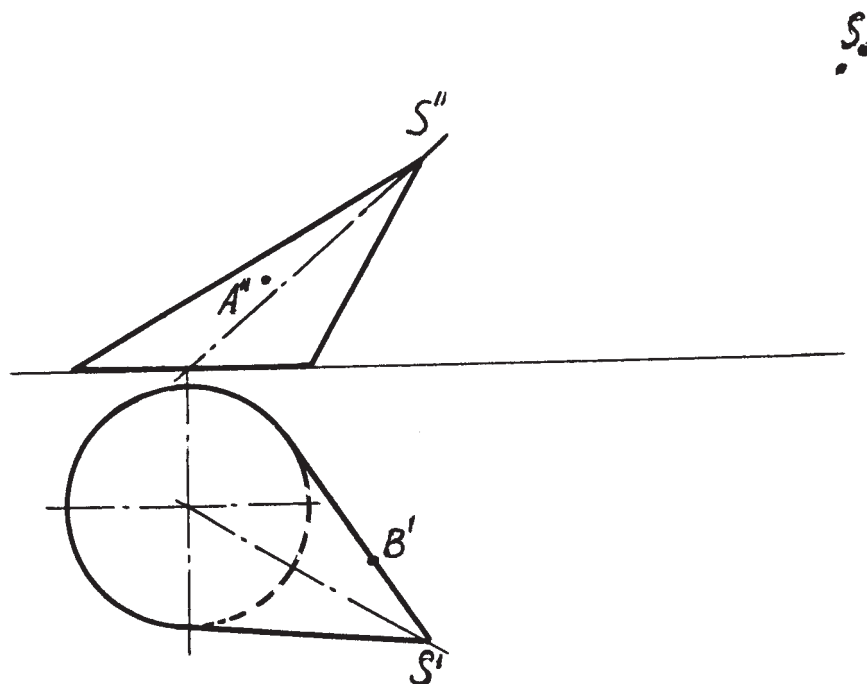
4. Nubrėžkite prizmės išsklotinę išvyniojimo būdu.



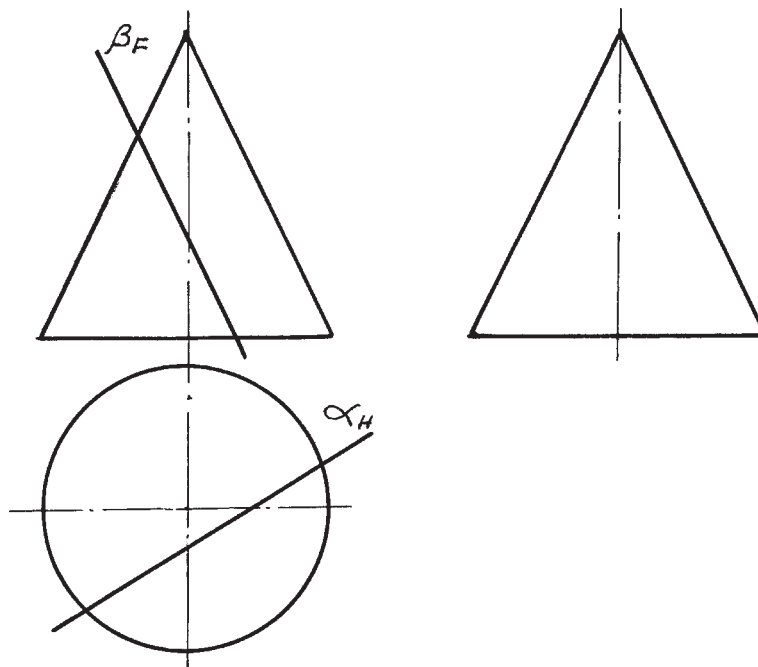
5. Raskite cilindro ir plokštumos sankirtos liniją, paryškinkite matomas figūrų dalis.



6. Nubrėškite kūgio išklotinę ir nustatykite taškų  $A$  ir  $B$  padėtis išklotinėje.



7. Nubrėžkite kūgio kirtimus, kuriuos kerta  $\alpha$  ir  $\beta$  plokštumos.



### ***Klausimai***

1. Kas yra paviršiaus vedančioji ir sudaromoji?
2. Kokius žinote tiesinius paviršius?
3. Kokie yra išklojami ir neišklojami paviršiai?
4. Kaip surandama neprojektuojančio paviršiaus sankirtos linija su bendros padėties plokštuma?
5. Ką vadiname paviršiaus išklotine?
6. Kokie yra apytikrių išklotinių braižymo būdai?

### ***Literatūra***

L1 [109-148].

### **Namų darbas**

1. Raskite duoto paviršiaus ir plokštumos sankirtos liniją.
2. Nustatykite sankirtos linijos ir paviršiaus matomas ir nematomas dalis.
3. Raskite kirtimo tikrąjį dydį.
4. Nubrėžkite vienos kirstos dalies pilną išklotinę.

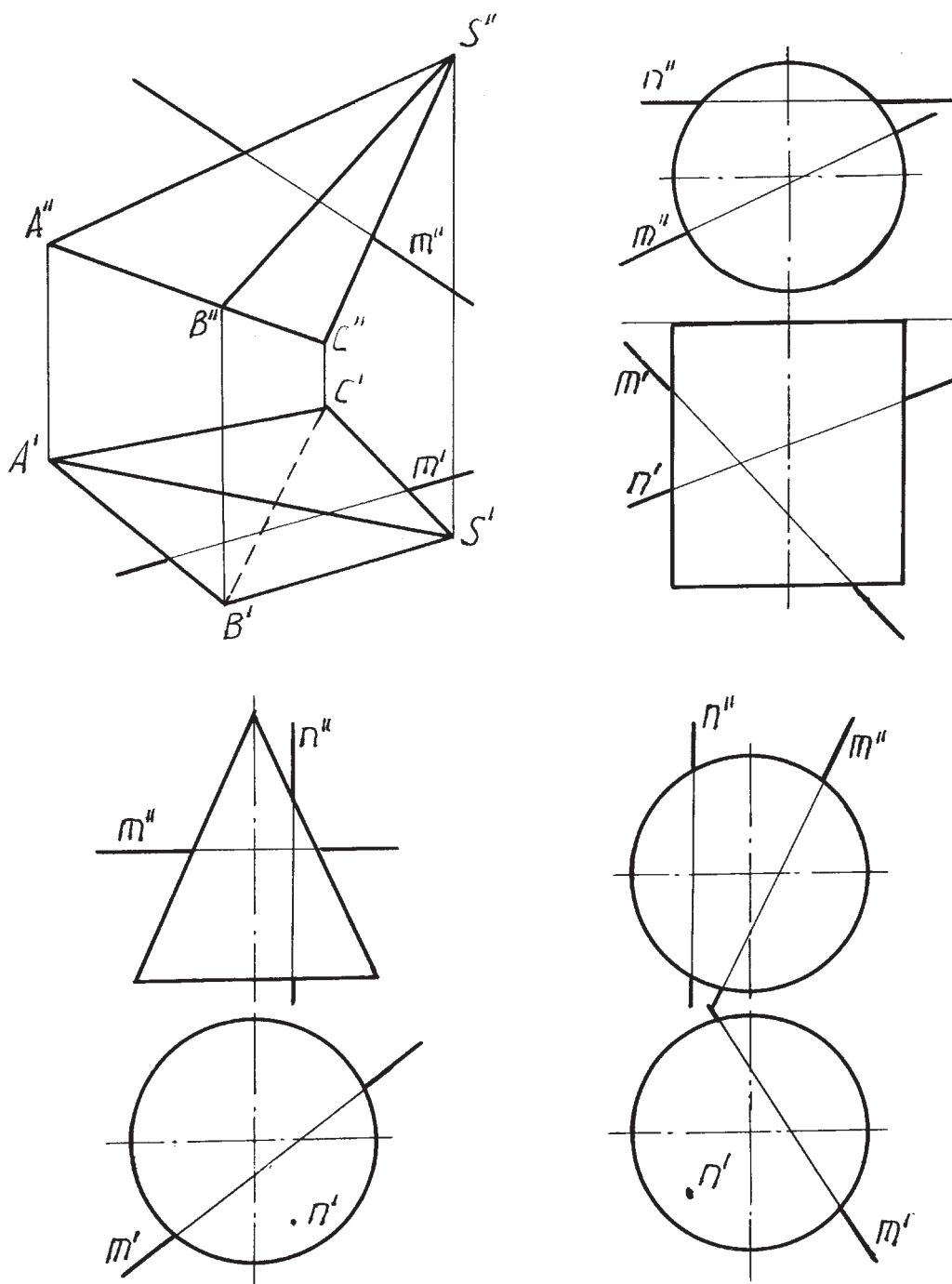
### ***Pastaba***

Individualiąsias užduotis pateikia dėstytojas. Visas keturias užduotis reikia atlikti viename A2 formato lape.

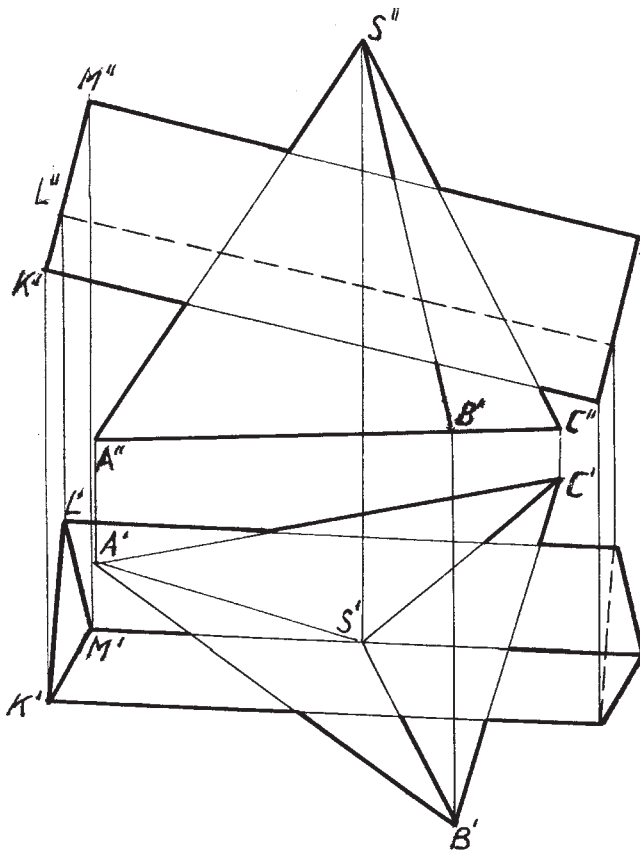
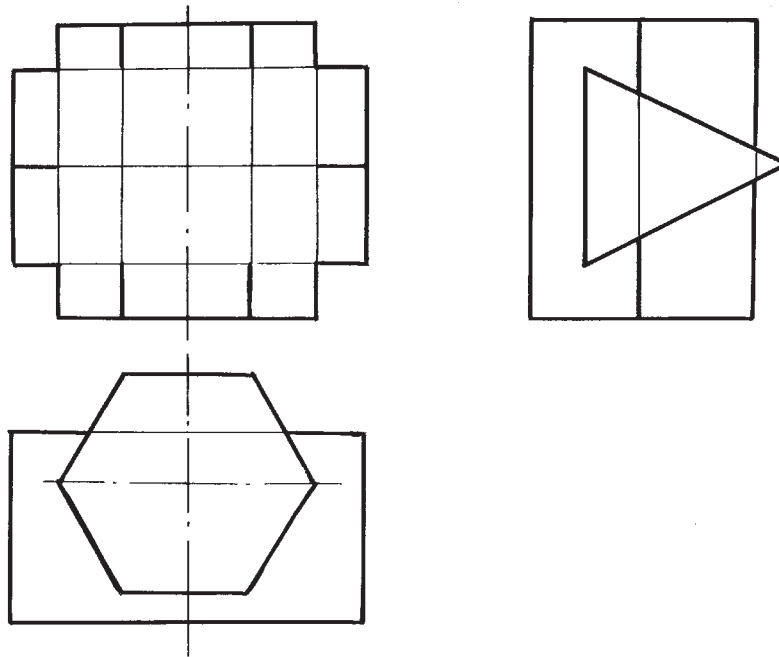


## IX. Tiesės sankirta su paviršiumi. Dviejų paviršių sankirta

1. Rasti tiesių  $(m, n)$  sankirtos taškus su duotais paviršiais, paryškinti tiesių matomas dalis.

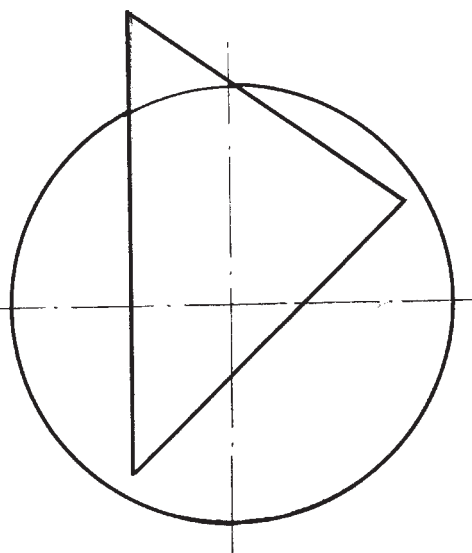
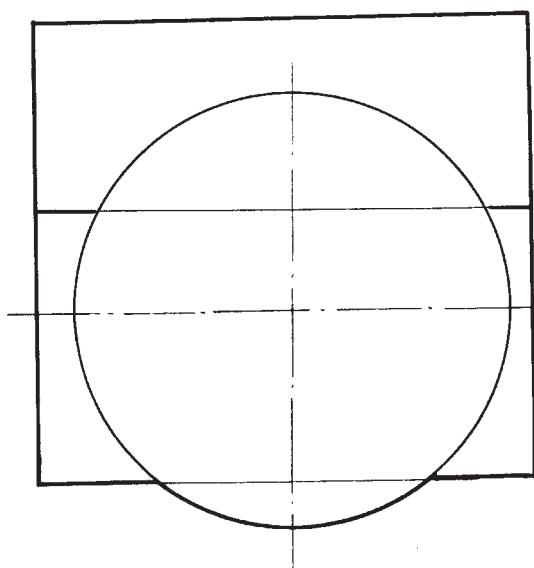
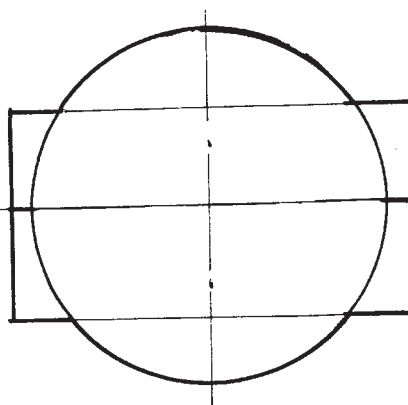
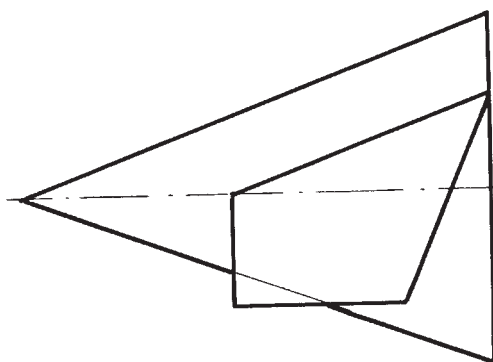
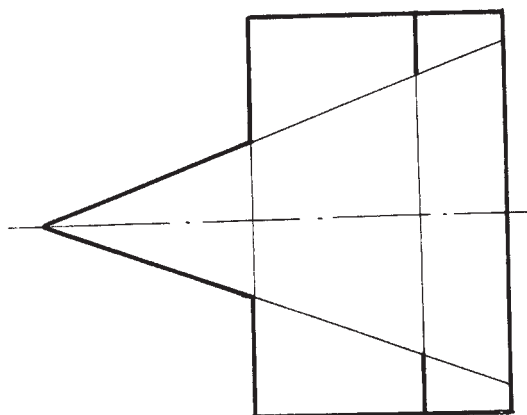


2. Rasti dviejų briaunainių sankirtos liniją. Nustatyti matomumą.

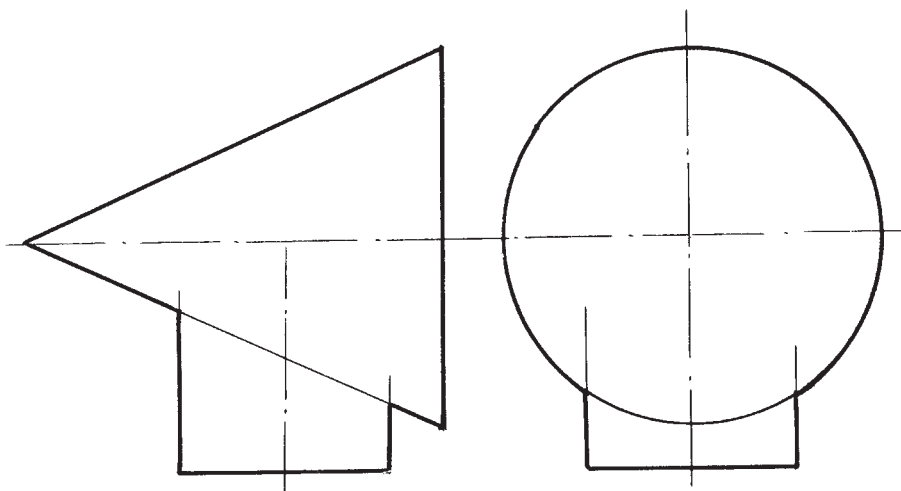
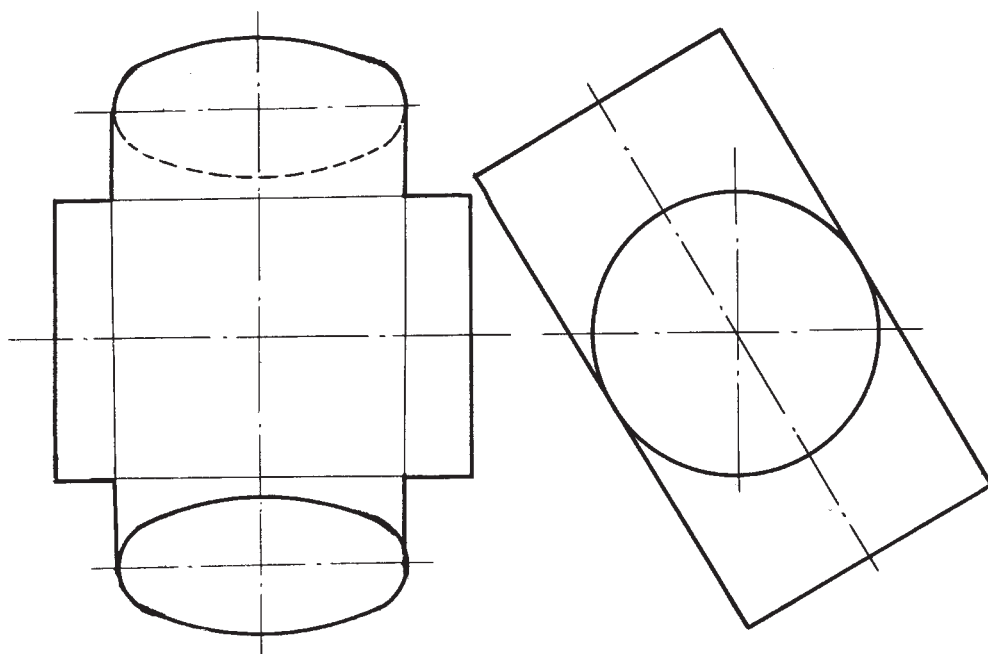
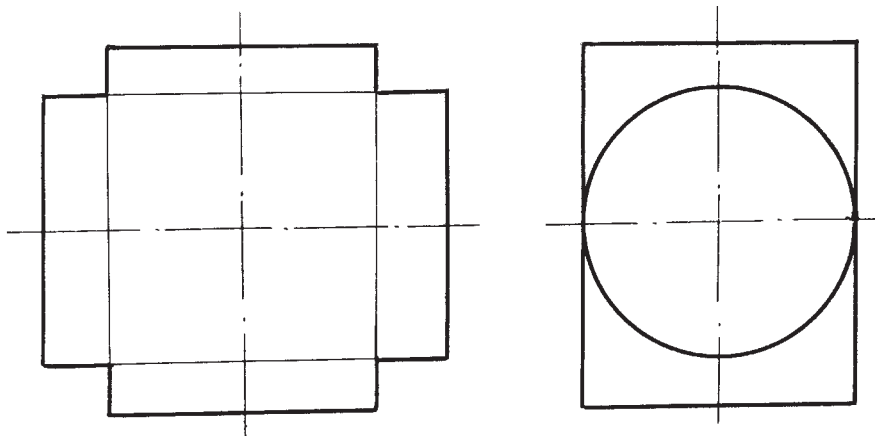


F	A+B+L-A			
K <sub>-</sub>				-
L <sub>-</sub>				+
M				+
K <sup>+</sup>				+
	+	+	+	H

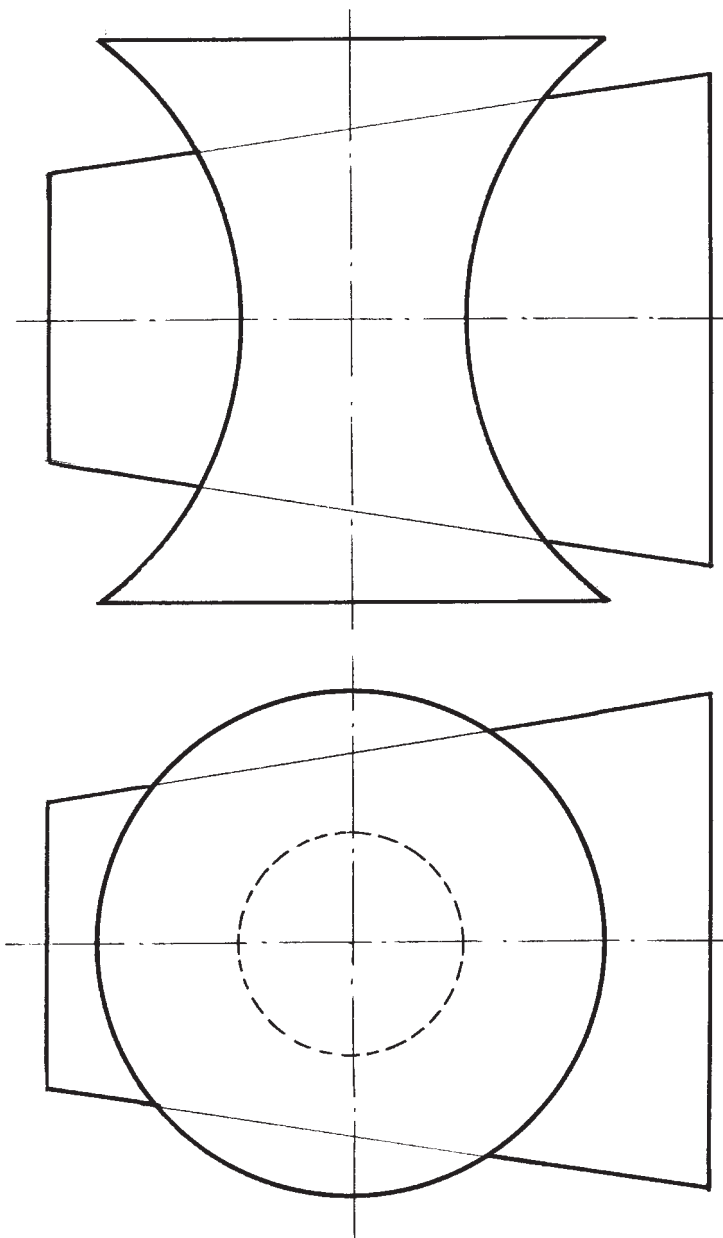
3. Rasti briaunainio ir sukiniio sankirtos linijas. Išryškinti matomas figūrų dalis.



4. Rasti dviejų sukimosi paviršių sankirtos liniją, paryškinti matomas paviršių dalis.



5. Rasti dviejų paviršių sankirtos liniją, naudojant pagalbines sferas. Nustatyti matomumą.



***Klausimai***

1. Kokią veiksmų seką atliekame, ieškodami tiesės sankirtos taškų su paviršiumi?
2. Koku tikslu ieškant tiesės sankirtos su paviršiumi daromi epiūros pertvarkymai?
3. Koks yra paviršių sankirtos linijos projekcijų suradimo bendras būdas?
4. Kokius reikalavimus turi tenkinti pagalbines kertančios plokštumos, naudojamos dviejų paviršių projekcijų suradimui sankirtos linija?
5. Kada paviršių sankirtos linijos projekcijos randamos naudojant pagalbines koncentriškas sferas?
6. Kokius ypatingus antros eilės paviršių sankirtos atvejus žinote?

***Literatūra***

L1 [148-174].

**Namų darbas**

1. Rasti dviejų paviršių sankirtos linijas:
  - a) naudojant pagalbines plokštumas,
  - b) naudojant pagalbines sferas.Nustatyti matomumą.

***Pastaba***

Individualiąsias užduotis pateikia dėstytojas.

---

## Literatūra

1. Jodikaitis J. Braižomoji geometrija. - V., 1983.
  2. Фролов С.А. Начертательная геометрия. - М., 1978.
  3. Фролов С.А. Сборник задач по начертательной геометрии. - М., 1980.
  4. Sliesoriūnas V., Sadauskas T. Braižomosios geometrijos išspręstų tipinių uždavinių rinkinys. - V., 1964.
  5. Аристамов Х.А. Сборник задач по начертательной геометрии. - М., 1978.
  6. Локтов О.В. Краткий курс начертательной геометрии. - М., 1985.
  7. Bulovienė N. Braižomosios geometrijos pratybų sąsiuvinis. - 1996.
-

# Turinys

Pratarmė .....	3
Metodiniai nurodymai .....	5
I. Taško projekcijos .....	6
II. Tiesė. Atkarpos tikrasis ilgis .....	9
III. Tiesės pėdsakai. Dvi tiesės .....	13
IV. Plokštuma. Taškas ir tiesė plokštumoje .....	16
V. Plokštumų ir tiesių sankirta .....	20
VI. Plokštumų ir tiesių tarpusavio padėtys .....	25
VII. Projekcijų pertvarkymai .....	30
VIII. Paviršiai, jų išklotinės. Paviršių ir plokštumų sankirtos linija .....	36
IX. Tiesės sankirta su paviršiumi. Dviejų paviršių sankirta .....	41
Literatūra .....	47

---

Nijolė Bulovienė, Arvydas Jonas Iržikevičius

## **BRAIŽOMOSIOS GEOMETRIJOS PRATYBŲ SAŠIUVINIS**

*Bendrosios ir individualiosios užduotys*

Tir. 150 egz. Sp. 1. 6. Užsak. Nr. 60  
Maketavo, spausdino ir išleido VPU leidykla  
Kaina sutartinė