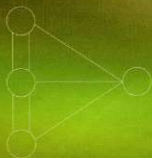




Aleksandras Krylovas

Diskrečioji matematika



Turinys

Pratarmė	ix
Žymenys	xv
1. Logika	1
1.1. Propozicinės formulės	1
1.1.1. Formulės apibrėžimas	1
1.1.2. Formulės gylis	4
1.1.3. Algoritminis formulės apibrėžimas	6
1.1.4. Prefiksinis ir postfiksiniis formulės pavidalas	8
1.2. Teiginių algebra	10
1.2.1. Teiginio sąvoka	10
1.2.2. Loginės operacijos	11
1.2.3. Teiginių algebros formulės	15
1.3. Logikos formulių semantika	17
1.3.1. Tautologijos	17
1.3.2. Teisingumo lentelės	19
1.3.3. Logikos dėsniai	19
1.3.4. Konjunkcijos ir disjunkcijos savybės	20
1.3.5. Implikacijos savybės	21
1.3.6. Tautologijų nustatymo taisyklės	22
1.3.7. Loginis išvedamumas	23
1.4. Formalizuotas teiginių skaičiavimas	26
1.4.1. Teisingų samprotavimų taisyklės	26
1.4.2. Aksiominis metodas	27
1.4.3. Formaliosios teorijos savybės	30
1.5. Predikatų logika	32
1.5.1. Kvantoriai ir predikatai	32
1.5.2. Operacijos su predikatais	33
1.5.3. Termai ir formulės	36
1.5.4. Suvaržytieji ir laisvieji kintamieji	37

1.5.5.	Predikatų skaičiavimo dėsniai	38
1.5.6.	Aksiominės teorijos sąvoka	41
1.5.7.	Formalioji aritmetika	43
1.5.8.	Matematinės indukcijos principas	44
1.5.9.	Giodelio nepilnumo teoremos	46
Klausimai ir užduotys		46
Pastabos ir komentarai		49
2.	Bulio funkcijos	51
2.1.	Bendrosios sąvokos	51
2.1.1.	Bulio funkcijos apibrėžimas	51
2.1.2.	Vieno kintamojo Bulio funkcijos	52
2.1.3.	Dviejų kintamųjų Bulio funkcijos	53
2.1.4.	Funkcijų reiškimas formulėmis	54
2.2.	Dualumo principas	56
2.2.1.	Dualioji funkcija	56
2.2.2.	Dualumo principas	56
2.3.	Normaliosios formos	60
2.3.1.	Disjunkcinės ir konjunkcinės formos	60
2.3.2.	Tobuloji disjunkcinė normalioji forma	62
2.3.3.	Tobuloji konjunkcinė normalioji forma	64
2.3.4.	Loginės schemas	65
2.3.5.	Karno diagramos	66
2.4.	Pilnosios funkcijų sistemos	71
2.4.1.	Pilnųjų sistemų pavyzdžiai	71
2.4.2.	Uždarnosios funkcijų klasės	71
2.4.3.	Svarbiausios Bulio funkcijų uždarnosios klasės	72
2.4.4.	Sistemos pilnumo būtinos ir pakankamos sąlygos	81
Klausimai ir užduotys		86
Pastabos ir komentarai		89
3.	Aibės	91
3.1.	Aibės ir jų poaibiai	91
3.1.1.	Aibės sąvoka	91
3.1.2.	Aibės poaibiai	93
3.2.	Veiksmai su aibėmis	97
3.2.1.	Operacijų su aibėmis apibrėžimai	97
3.2.2.	Veiksmų su aibėmis reiškimas predikatais	98
3.2.3.	Operacijų su aibėmis savybės	100
3.2.4.	Aibių Dekarto sandauga	101

3.3. Aibės galia	103
3.3.1. Ekvivalenčiosios aibės	103
3.3.2. Skaičiosios aibės	105
3.3.3. Kontinuumo galios aibės	107
Klausimai ir užduotys	111
Pastabos ir komentarai	112
4. Sąryšiai	113
4.1. Pagrindiniai apibrėžimai	113
4.1.1. Sąryšių pavyzdžiai	113
4.1.2. Binariųjų sąryšių savybės	119
4.1.3. Veiksmai su sąryšiais	125
4.1.4. Sąryšių sąjunga ir sankirta	125
4.1.5. Sąryšių kompozicija	125
4.1.6. Sąryšio tranzityvumas	129
4.2. Ekvivalentumo sąryšiai	134
4.2.1. Apibrėžimai ir pavyzdžiai	134
4.2.2. Ekvivalentumo klasės	135
4.3. Tvarkos sąryšiai	136
4.3.1. Apibrėžimai ir pavyzdžiai	136
4.3.2. Sutvarkytosios aibės	137
4.4. Funkcijos	140
4.4.1. Injekcija. Siurjekcija. Bijekcija	140
4.4.2. Kėliniai	141
4.5. Asimptotiniai sąryšiai	143
4.5.1. Skaičių sekos	143
4.5.2. Sąryšis O didžioji	145
4.5.3. Asimptotinio ekvivalentumo sąryšis	147
4.5.4. Sąryšis o mažoji	149
4.5.5. Asimptotinės aproksimacijos	152
Klausimai ir užduotys	154
Pastabos ir komentarai	156
5. Kombinatorika	157
5.1. Baigtinių aibių elementų dariniai	157
5.1.1. Baigtinių aibių poaibiai	157
5.1.2. Kėliniai ir lotyniški kvadratai	159
5.2. Permanentas	164
5.2.1. Permanento apibrėžimas	164
5.2.2. Permanento savybės	166

5.2.3.	Inversijų skaičius	168
5.3.	Aibių skaidiniai	169
5.3.1.	Aibės skaidinys į blokus	169
5.3.2.	Aibės skaidinys į ciklus	172
5.4.	Kombinatoriniai principai	175
5.4.1.	Kombinacijų daugybos taisyklė	175
5.4.2.	Sudėties taisyklė	177
5.4.3.	Priskirties ir išskirties principas	178
5.5.	Generuojančiosios funkcijos	180
5.5.1.	Generuojančiųjų funkcijų pavyzdžiai	181
5.5.2.	Generuojančiųjų funkcijų savybės	184
5.5.3.	Fibonačio skaičiai	186
5.5.4.	Skaičių skaidiniai	187
5.6.	Rekurenčiosios lygtys	191
5.6.1.	Homogeninės lygtys	191
5.6.2.	Nehomogeninė lygtis	192
	Klausimai ir užduotys	195
	Pastabos ir komentarai	197
6.	Grafai	199
6.1.	Pagrindiniai apibrėžimai	199
6.1.1.	Multigrafas	199
6.1.2.	Paprastasis grafas	200
6.1.3.	Neorientuotasis grafas	200
6.1.4.	Grafo viršūnių laipsniai	202
6.2.	Grafų jungumas	205
6.2.1.	Maršrutai ir grandinės	205
6.2.2.	Grafo jungiosios komponentės	207
6.2.3.	Jungumo sąryšis	208
6.2.4.	Grafo metrinės charakteristikos	210
6.3.	Operacijos su grafais	212
6.3.1.	Grafų sąjunga ir sankirta	212
6.3.2.	Pografinis ir papildinys	213
6.3.3.	Grafo viršūnės šalinimas	215
6.3.4.	Grafo briaunos šalinimas	216
6.3.5.	Grafo viršūnių tapatinimas	216
6.4.	Grafų skaidumas	217
6.4.1.	Grafo jungimo taškai	217
6.4.2.	Grafo blokai	219
6.4.3.	Skiriančioji aibė ir kirpis	222

6.5. Grafo ciklai	224
6.5.1. Karaliaučiaus tiltų uždavinys	224
6.5.2. Oilerio grafas	225
6.5.3. Oilerio ciklo konstravimas	227
6.5.4. Hamiltono grafas	230
6.5.5. Briauninis grafas	230
6.5.6. Grafo nepriklausomi ciklai	233
6.5.7. Grafo ciklomatis skaičius	235
6.6. Grafo stabilieji poaibiai	238
6.6.1. Vidinis stabilumas	238
6.6.2. Išorinis stabilumas	240
6.7. Grafų izomorfizmas	243
6.7.1. Izomorfizmo apibrėžimas	243
6.7.2. Žymėtieji ir nežymėtieji grafai	243
6.7.3. Grafų teorijos invariantai	244
6.7.4. Grafų skaičius	245
6.8. Planarumas ir spalvinimas	246
6.8.1. Planarieji grafai	246
6.8.2. Planarumo kriterijus	248
6.8.3. Grafo taisyklingasis spalvinimas	250
6.8.4. Grafo chromatinis skaičius	251
6.8.5. Planariųjų grafų spalvinimas	252
6.9. Grafų matricos	253
6.9.1. Gretimumo matrica	253
6.9.2. Incidencijų matrica	255
6.10. Orientuotieji grafai	257
6.10.1. Pusmaršrutis	257
6.10.2. Stiprumas	257
6.10.3. Branduolys	258
6.10.4. Srautas	259
Klausimai ir užduotys	260
Pastabos ir komentarai	262
7. Algoritmai	263
7.1. Algoritmo sąvoka	263
7.1.1. Euklido algoritmas	263
7.1.2. Bendrieji algoritmo parametrai	264
7.2. Tiuringo mašina	265
7.2.1. Tiuringo mašinos aprašymas	265
7.2.2. Rekursyvosios funkcijos	269

7.2.3.	Rekursyviųjų funkcijų skaičiavimas Tiuringo mašina . . .	271
7.3.	Pseudokodas	272
7.3.1.	Algoritmų užrašymas	272
7.3.2.	Pseudokodo operatoriai	273
7.4.	Algoritmų sudėtingumas	276
7.4.1.	Sudėtingumo sąvoka	276
7.4.2.	Polinominis sudėtingumas	277
7.4.3.	Sunkieji uždaviniai	278
	Klausimai ir užduotys	281
	Pastabos ir komentarai	282
	Atsakymai	283
	Literatūra	289
	Rodyklė	294