



Juozas Raulynaitis, Aleksandras Krylovas,
Stasys Čirba, Gerda Jankevičiūtė

DIFERENCIALINIS SKAIČIAVIMAS

Teorija ir praktika



TURINYS

PRATARMĖ	5
1. SEKŲ IR FUNKCIJŲ RIBŲ SKAIČIAVIMAS	6
1.1. Sekų ribos	6
1.2. Funkcijų ribos, kai x neaprėžtai didėja	29
1.3. Funkcijų ribos, kai x artėja prie skaičiaus	40
1.4. Funkcijų tolydumas ir trūkio taškai	72
1.5. Tolydžiųjų uždarajame intervale funkcijų savybės	82
1.6. Kreivės vertikaliųjų ir pasvirųjų asimptočių ieškojimas	83
2. IŠVESTINIŲ SKAIČIAVIMAS	90
2.1. Išvestinių skaičiavimas, taikant išvestinės apibrėžtį	90
2.2. Trigonometrinių funkcijų $\operatorname{tg} x$ ir $\operatorname{ctg} x$ išvestinių skaičiavimo formulės	97
2.3. Funkcijos diferencialas. Sudėtinių funkcijų išvestinių skaičiavimas	98
2.4. Laipsninių funkcijų išvestinės skaičiavimas	102
2.5. Atvirkštinių funkcijų išvestinės skaičiavimas	102
2.6. Išvestinių lentelė ir diferenciacijos taisyklės	105
2.7. Laipsninės rodiklinės funkcijos išvestinės skaičiavimas	107
2.8. Funkcijos išvestinės skaičiavimas logaritmuojant	109
2.9. Neišreikštinės funkcijos išvestinės skaičiavimas	110
2.10. Funkcijos, apibrėžtos parametrinėmis lygtimis, išvestinės skaičiavimas	120
2.11. Aukštesniųjų eilių išvestinės ir diferencialai	121
3. IŠVESTINIŲ TAIKYMAI	126
3.1. Išvestinės geometrinė prasmė	126
3.2. Diferencijuojamų funkcijų teoremos	128

3.3. Lagranžo baigtinių pokyčių teoremos taikymas	134
3.3.1. Funkcijos pastovumo tyrimas	134
3.3.2. Funkcijos monotoniškumo tyrimas ir ekstremumų ieškojimas	135
3.4. Teiloro ir Makloreno formulės	140
3.4.1. Funkcijų Makloreno formulių pavyzdžiai	142
3.4.2. Formulių liekamieji nariai	149
3.4.3. Skleidinių $x = 0$ aplinkoje pavyzdžiai	152
3.4.4. Makloreno formulės su Peano formos liekamuoju nariu taikymas riboms skaičiuoti	156
3.4.5. Makloreno formulės taikymas funkcijos išvestinėms taške $x = 0$ apskaičiuoti	160
3.4.6. Teiloro formulės taikymas funkcijos įgautumui, iškilumui tirti ir perlinkio taškams ieškoti	161
3.5. Išvestinių taikymas funkcijoms tirti	164
3.6. Išvestinių taikymas funkcijų didžiausioms ir mažiausioms reikšmėms bei reikšmių aibeį rasti	170
3.7. Išvestinių taikymas lygtims apytiksliai spręsti	178
3.8. Išvestinių taikymas optimizavimo uždaviniams spręsti	188
4. KELIŲ KINTAMŲJŲ FUNKCIJOS	197
4.1. Pradinės sąvokos	197
4.2. Dalinės išvestinės, gradientas, kryptinė išvestinė, liečiamoji plokštuma ir normalė, diferencialai	201
4.3. Dviejų kintamųjų funkcijos ekstremumai	206
4.4. Dviejų kintamųjų funkcijos sąlyginiai ekstremumai, didžiausioji ir mažiausioji reikšmės uždaroje srityje	222
4.5. Mažiausiųjų kvadratų metodas	236
LITERATŪRA	247