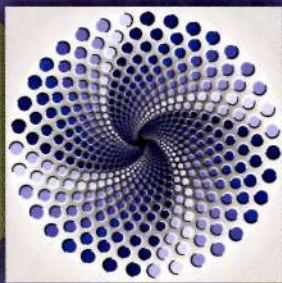




VILNIAUS  
UNIVERSITETO  
VADOVELIS

JULIJONAS JONAS KALADĖ  
LEONAS VALKŪNAS

# Matematinis modeliavimas ir sinergetikos pagrindai



VU  
VILNIAUS  
UNIVERSITETAS  
VILNIAUS  
UNIVERSITETO  
VADOVELIS

# Turinys

<b>Ižanga</b>	<b>v</b>
<b>1 Matematinio modeliavimo pagrindinės sąvokos</b>	<b>1</b>
1.1 Matematinio modeliavimo tikslai ir uždaviniai . . . . .	1
1.2 Sistema ir jos aplinka . . . . .	1
1.3 Grįžtamumas ir negrįžtamumas . . . . .	2
1.4 Entropija, simetrija, evoliucija . . . . .	3
1.5 Makroskopinio modelio lygčių bendrasis pavidalas . . . . .	6
1.6 Fazinė erdvė . . . . .	8
1.7 Rimties būsenos stabilumo samprata . . . . .	8
1.8 Dvejinio samprata . . . . .	11
1.9 Šakių (pitchfork) dvejinį pavyzdžiai . . . . .	12
<b>2 Rimties būsenos stabilumo teorija</b>	<b>15</b>
2.1 Pagrindinės tiesinės stabilumo teorijos lygtys . . . . .	15
2.2 Vienalytė sistema. Būdingoji lygtis . . . . .	16
2.3 Autonominės sistemos tiesinio stabilumo teoremos (pagal Liapunovą) . . . . .	17
2.4 Hurvico kriterijus . . . . .	17
2.5 Nuokrypių jungtinės lygtys . . . . .	19
2.6 Vieno laisvės laipsnio sistemos . . . . .	20
2.7 Dviejų laisvės laipsnių sistemos . . . . .	21
2.8 Dvejinio sąlygos dviejų laisvės laipsnių sistemoje . . . . .	25
2.9 Liapunovo $V$ funkcijos metodas . . . . .	25
<b>3 Dinaminių sistemų atraktoriai</b>	<b>29</b>
3.1 Taškiniai atraktoriai . . . . .	29
3.2 Autosvyravimai . . . . .	29
3.3 Autosvyravimų pavyzdys . . . . .	33
3.4 Dvejiniai . . . . .	35
3.5 Sprendiniai arti dvejinio taško . . . . .	36
3.6 Faziniai virsmai . . . . .	38
3.7 Greitas ir lėtas kitimas. Adiabatinis artinys . . . . .	39
<b>4 Katastrofų teorijos samprata</b>	<b>43</b>
4.1 Katastrofos samprata . . . . .	43
4.2 Matematinų modelių lygčių pavidalas . . . . .	43
4.3 Elementariosios katastrofos . . . . .	45
<b>5 Erdvinis nevienalytiškumas</b>	<b>47</b>
5.1 Nevienalyčių darinių dinaminis aprašymas . . . . .	47
5.2 Vieno laisvės laipsnio sistemos . . . . .	48
5.3 Statinis nestabilumas . . . . .	49
5.4 „Briuseliatorius“ . . . . .	52
5.5 Benaro (Bernard) efektas . . . . .	57
5.6 Bėgantys frontai . . . . .	61
5.7 Bėgantys impulsai . . . . .	64
5.8 Nervinių impulsų sklidimas . . . . .	65
5.9 Autobangos daugiamačėse terpėse . . . . .	68

<b>6</b>	<b>Kiti modeliai ir jų analizė</b>	<b>69</b>
6.1	Tiesinis osciliatorius	69
6.2	Netiesinis osciliatorius	70
6.3	Lazerinis generavimas	71
6.4	Bistabilumas	73
6.4.1	Bistabilumas chemijoje	73
6.4.2	Trigeris	74
6.4.3	Optinis bistabilumas	76
6.5	Populiacijų dinamikos modeliai	77
6.5.1	Vienarūšės populiacijos modelis	77
6.5.2	Dviejų konkuruojančių rūšių modelis	78
6.5.3	Grobuonies ir aukos modelis	79
6.6	Belousovo ir Žabotinskio reakcija	81
6.7	Puslaidininkinio sluoksnio fotosužadavimo relaksacija	82
6.7.1	Šviesos vienalytės sugerties modelis	82
6.7.2	Šviesos nevienalytės sugerties modelis	84
6.8	Krūvio pernašos puslaidininkiniame sluoksnyje modelis	87
6.9	Nuokrypių amplitudžių lygčių apytikslio sprendimo būdai	92
<b>7</b>	<b>Vyksmų dinaminėse sistemose tikimybinis aprašymas</b>	<b>95</b>
7.1	Tikimybių teorijos elementai	95
7.2	Markovo vyksmai. Čepmeno ir Kolmogorovo lygtis	97
7.3	Pagrindinė kinetinė lygtis	98
7.4	Pavyzdys: vienarūšės populiacijos bei grobuonies ir aukos uždavinys	99
7.5	Pagrindinė kinetinė lygtis tolydaus kintamojo atveju	101
7.5.1	Fokerio ir Planko (Fokker-Planck) lygtis	101
7.5.2	Lanževano lygtis	102
7.6	Nuostovusis Fokerio ir Planko lygties sprendinys	104
7.7	Sistemos šuolio tarp stabilių būsenų tikimybė	106
7.8	Erdviškai nevienalyčių sistemų Fokerio ir Planko lygtis	109
7.9	Stochastinis rezonansas	110
<b>8</b>	<b>Determuotasis chaosas</b>	<b>113</b>
8.1	Logistiniai atvaizdžiai	113
8.2	Dinaminio chaoso plėtros scenarijai, fraktalės	116
8.3	Keistasis atraktorius	118
<b>9</b>	<b>Uždaviniai</b>	<b>119</b>
	<b>Literatūra</b>	<b>121</b>